

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2016/2017. Заключительный этап

## Задачи для 10 класса

1. Сумма цифр натурального числа равна 2017. При этом, какие бы десять подряд идущих цифр числа мы не рассмотрели, все они различны. Найдите первые 10 цифр наименьшего и наибольшего из таких чисел. Обоснуйте ответ.
2. Найдите все такие пары действительных чисел  $x$  и  $y$ , для которых

$$25^{x^4-y^2} + 25^{y^4-x^2} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

3. У Флинта есть пять матросов и 60 золотых монет. Он хочет разложить монеты по кошелькам, а потом раздать кошельки матросам так, чтобы каждому досталось поровну монет. Но он не знает, сколько матросов останутся в живых к моменту делёжки. Поэтому он хочет разложить монеты так, чтобы их можно было поровну раздать и двоим, и троим, и четверым, и пятерым. Какое наименьшее количество кошельков ему понадобится? Не забудьте доказать, что найденное вами количество — наименьшее.
4. Докажите, что при любом натуральном  $n \leq 2017$  прямоугольник  $1 \times n$  можно разрезать на 50 частей и составить из них квадрат.
5. Угол между диагоналями трапеции равен  $60^\circ$ . Докажите, что сумма длин боковых сторон не меньше, чем длина большего основания.