

Олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2015–2016 год  
2 (очный) тур

8 класс

- 1) Существуют ли три таких различных цифры  $A, B, C$ , что  $\overline{ABC}, \overline{CBA}, \overline{CAB}$  — квадраты натуральных чисел?  
(Черта над цифрами означает число, составленное из этих цифр в указанном порядке.)
- 2) Каждая клетка доски  $100 \times 100$  покрашена в синий или белый цвет. Назовем клетку равновесной, если среди ее соседей поровну синих и белых. Какое максимальное количество равновесных клеток может оказаться на доске? (Клетки считаются соседними, если имеют общую сторону.)
- 3) На сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причем  $AM = AN$ . Отрезки  $CM$  и  $BN$  пересекаются в точке  $O$ , причем  $BO = CO$ . Докажите, что  $ABC$  равнобедренный.
- 4) На тетрадном листе обведены два прямоугольника. У первого прямоугольника вертикальная сторона короче горизонтальной, а у второго — наоборот. Найдите максимально возможную площадь их общей части, если каждый прямоугольник содержит больше 2010, но меньше 2020 клеток.
- 5) В игре «сет» участвуют всевозможные четырехзначные числа, состоящие из цифр 1, 2, 3 (каждое число по одному разу). Говорят, что тройка чисел *образует сет*, если в каждом разряде либо все три числа содержат одну и ту же цифру, либо все три числа содержат разные цифры.  
Например, числа 1232, 2213, 3221 образуют сет (в первом разряде встречаются все три цифры, во втором — только двойка, в третьем — все три цифры, в четвертом — все три цифры). А числа 1123, 2231, 3311 не образуют сета (в последнем разряде встречаются две единицы и тройка).

Сколько всего сетов существует в игре?

**Примечание:** перестановка чисел не приводит к образованию нового сета: 1232, 2213, 3221 и 2213, 1232, 3221 — один и тот же сет.