

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

2015/2016 год. Первый тур

Задачи для 7 класса

Пожалуйста, не забудьте обосновать ответы.

1. Волшебный календарь показывает правильную дату по чётным числам месяца и неправильную по нечётным. Какое максимальное количество дней подряд он может показывать одну и ту же дату? Укажите все возможные числа месяца, которые он при этом может показывать.
2. Расставьте в клетках квадрата 5×5 различные натуральные числа так, чтобы их суммы в каждой строке и каждом столбце были равны между собой и (при этом условии) как можно меньшими. На одной из диагоналей уже стоят числа 1, 2, 3, 4 и 2015 (повторно их использовать нельзя).
3. Алексей разрезал квадрат 8×8 по границам клеток на 7 частей с равными периметрами. Покажите, как он это сделал (достаточно привести один пример).
4. В тараканьих бегах участвуют 27 тараканов. В каждом забеге бегут три таракана. Скорости всех тараканов различны и постоянны в течение всех забегов. После каждого забега мы узнаём, в каком порядке его участники пришли к финишу. Мы хотели бы узнать двух самых быстрых тараканов (в правильном порядке). Хватит ли для этого 14 забегов?
5. Считается, что ученик А учится лучше ученика В, если в большинстве контрольных работ оценка у ученика А выше, чем у ученика В. В классе провели несколько работ (больше трёх). Может ли по их результатам оказаться, что ученик А учится лучше, чем ученик В, ученик В – лучше, чем ученик С, а ученик С – лучше, чем А?
6. Натуральное число называется красивым, если оно равно произведению факториалов простых чисел (не обязательно различных). Положительное рациональное число называется практичным, если оно равно отношению двух красивых натуральных чисел. Докажите, что любое положительное рациональное число — практичное.
7. Назовем натуральное число возрастающим, если его цифры идут в порядке строгого возрастания (например, 1589 — возрастающее, а 447 — нет). Какое наименьшее количество возрастающих чисел надо сложить, чтобы получить 2015?