

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

2014/2015 год. Второй тур

Задачи для 8 класса

1. В некотором языке есть 3 гласных и 8 согласных букв. Слог может состоять из любой гласной буквы и любой согласной в любом порядке, а слово — из любых трёх слогов. Слово называется забавным, если в нём встречаются две одинаковые буквы подряд. Сколько забавных слов в этом языке?
2. Один из концов отрезка покрасили в синий цвет, а другой — в красный. Внутри отрезка выбрали 2015 точек и каждую из них произвольным образом покрасили в какой-то из этих же цветов. В результате отрезок разбился на 2016 частей. Может ли количество таких частей, у которых оба конца красные, равняться количеству частей, у которых оба конца синие?
3. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  (какие две из сторон треугольника равны, неизвестно) проведены медианы  $AA_1$  и  $BB_1$ , которые пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $\angle AOB = 120^\circ$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .
4. Натуральные числа  $a, b, c$  и  $d$  таковы, что  $2015^a + 2015^b = 2015^c + 2015^d$ . Могут ли быть различными числа  $a^{2015} + b^{2015}$  и  $c^{2015} + d^{2015}$ ?
5. В плоском мире есть два треугольных острова. Прибрежными водами каждого острова считается часть моря, удалённая от берега не более чем на 50 км. Может ли случиться, что периметр первого острова больше, чем второго, а площадь прибрежных вод у второго острова больше, чем у первого? Считайте, что ближайшая к каждому острову суша находится на расстоянии больше 50 км.
6. Марк задумал число  $m$  и нашёл число  $k$  диагоналей у выпуклого  $m$ -угольника. Затем Марк сообщил Кириллу число  $k$  и предложил ему найти  $m$ . Перепутав вопрос, Кирилл пересчитал диагонали у выпуклого  $k$ -угольника. Их оказалось 2015. Найдите  $m$ .