

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2014/2015 год. Второй тур

Задачи для 7 класса

*Пожалуйста, запишите не только ответы, но и их доказательства.*

1. В некотором языке есть 3 гласных и 7 согласных букв. Слог может состоять из любой гласной буквы и любой согласной в любом порядке, а слово — из любых трёх слогов. Слово называется забавным, если в нём встречаются две одинаковые буквы подряд. Сколько забавных слов в этом языке?
2. Приведите пример таких целых чисел  $a$  и  $b$ , что  $(10a + b)(a + 10b)(a + b + 1) = 2015$ .
3. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  (какие две из сторон треугольника равны, неизвестно) проведены медианы  $AA_1$  и  $BB_1$ , которые пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $\angle AOB = 120^\circ$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ .
4. По вновь придуманным правилам в каждом математическом бою участвуют одновременно 3 команды. Организаторы хотят провести турнир из нескольких (более одного) боёв так, чтобы каждые две команды встречались между собой ровно один раз. Какое наименьшее число команд нужно для этого пригласить?
5. В плоском мире есть два треугольных острова. Прибрежными водами каждого острова считается часть моря, удалённая от берега не более чем на 50 км. Может ли случиться, что периметры этих островов одинаковы, а площадь прибрежных вод у них различается? Считайте, что ближайшая к каждому острову суша находится на расстоянии больше 50 км.
6. На плоскости нарисован 2015-угольник со всеми диагоналями. Дима с Сашей играют в следующую игру. Они поочерёдно стирают либо от 1 до 10 соседних сторон нарисованного многоугольника, либо от 1 до 9 его диагоналей. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Первым ходит Дима. Кто из играющих может обеспечить себе победу при любой игре соперника? Как он сможет это сделать?