

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2014/2015 год. Второй тур

Задачи для 6 класса

*Пожалуйста, запишите не только ответы, но и их доказательства.*

1. В некотором языке есть 5 гласных и 7 согласных букв. Слог может состоять из любой гласной буквы и любой согласной в любом порядке, а слово — из любых двух слогов. Сколько слов в этом языке?
2. Приведите пример таких целых чисел  $a$  и  $b$ , что  $ab(2a + b) = 2015$ .
3. На столе лежат три конфеты. У Ани и Лены есть мешок с неограниченным количеством конфет, и они играют в игру. Каждая из них своим ходом добавляет некоторое количество конфет из мешка на стол, но при этом не может положить больше конфет, чем уже лежит на столе. Девочки ходят по очереди, начинает Аня. Выигрывает та, после хода которой на столе окажется ровно 2015 конфет. Кто из девочек может обеспечить себе победу, как бы ни играла соперница?
4. Шестеро школьников решили посадить в школьном дворе 5 деревьев. Известно, что каждое дерево сажало разное число школьников и каждый школьник участвовал в посадке одинакового количества деревьев. Могло ли так случиться?
5. В плоском мире есть два прямоугольных острова. Прибрежными водами каждого острова считается часть моря, удалённая от берега не более чем на 50 км. Может ли случиться, что периметр первого острова больше, чем второго, а площадь прибрежных вод у второго острова больше, чем у первого? Считайте, что ближайшая к каждому острову суша находится на расстоянии больше 50 км.
6. Дима варит кашу. Чтобы каша получилась вкусной, ему нужно варить крупу ровно 24 минуты. Обычных часов у Димы нет, но есть двое песочных часов: одни — на 20 минут, другие — на 7 минут. Как Диме точно отмерить требуемое время?