Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

2014/2015 год. Второй тур

Решения

По техническим причинам все изображения помещены в конце файла.

Решения задач 11 класса

1. См. решение задачи 4 для 8 класса.

2. См. решение задачи 2 для 10 класса.

3. См. решение задачи 3 для 10 класса.

4. См. решение задачи 4 для 9 класса.

5. *См. рисунок в конце файла.*

   Заметим, что интересующая нас часть тетраэдра ограничена тремя его гранями, содержащими точку D, и тремя плоскостями, параллельными граням. Следовательно, это параллелепипед.

   Рассмотрим грани ABC и ADC. Совместим эти грани так, чтобы вершина B совпала с D, а ребро AC осталось на месте. Заметим, что линии пересечения этих граней плоскостью, проходящей через M параллельно (BCD), совпадут, поскольку они находятся на одинаковом расстоянии от CD (от BC). То же верно и для плоскости, параллельной (ABD). В результате одна из граней нашего параллелепипеда переходит в параллелограмм с диагональю BM.

   Рассуждая аналогично для двух других граней, мы видим, что три грани нашего параллелепипеда равны трём параллелограммам с вершиной M, лежащим в грани ABC. Если обозначить рёбра параллелепипеда a, b и c, то получится результат, показанный на рисунке 2. Поскольку все треугольники на этом рисунке равносторонние, то $a + b + c = 1$. Значит, сумма длин рёбер параллелепипеда равна $4a + 4b + 4c = 4$.

   Ответ: 4.

6. См. решение задачи 6 для 8 класса.

Рисунки к геометрическим задачам

Рисунок к задаче 7.3 (8.3)

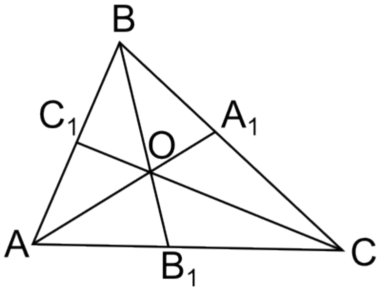


Рисунок к задаче 9.3

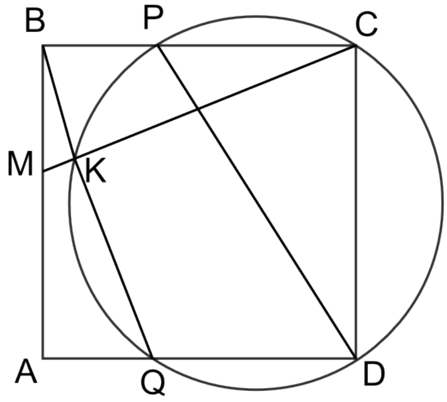
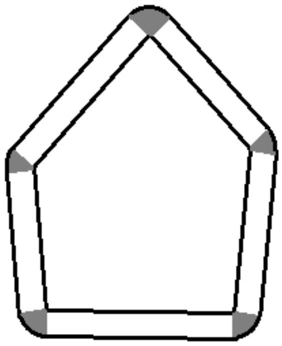


Рисунок к задаче 9.5



Рисунки к задаче 11.5

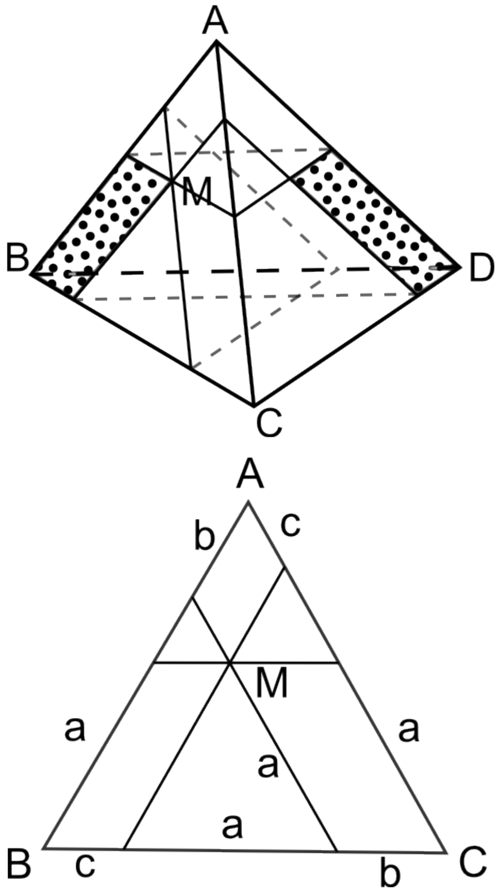


Рисунок к задаче 10.3 (11.3)