

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие» 2013/14 год

Задачи 1 тура, 7 класс

1. В стопке лежат одинаковые карточки, на которых записаны числа от 1 до 9. Билл взял одну карточку и тайно отметил на ней 4 числа. Марк может сделать то же самое с несколькими карточками. Затем карточки открывают. Если на одной из карточек Марка хотя бы два из четырёх отмеченных чисел совпадут с числами Билла, то Марк выигрывает. Какое наименьшее число карточек должен взять Марк и как их заполнить, чтобы наверняка выиграть?

2. На круглом торте стоит 10 свечей. Четырьмя разрезами торт разрезали на части, причём в каждой части оказалась ровно одна свеча. Сколько свечей могло стоять в каждой из частей, которые образовались после первого разреза? Объясните, почему никакие другие варианты невозможны.

3. У фокусника есть два комплекта по 7 карточек. На розовых карточках записаны целые числа от 0 до 6. На первой голубой карточке написано 1, а число на каждой следующей голубой карточке в 7 раз больше предыдущего. Фокусник раскладывает карточки попарно (розовую с голубой). Затем зрители перемножают числа в каждой паре и находят сумму всех 7 произведений. Фокус состоит в том, что в сумме должно получиться простое число. Подскажите фокуснику, какие карточки можно для этого объединить в пары (или докажите, что у него ничего не получится).

4. У Кости есть шесть кубиков, грани которых раскрашены в шесть разных цветов (каждая грань полностью в один цвет). Все кубики раскрашены одинаково. Костя составил из кубиков столбик и смотрит на него с четырёх сторон. Может ли он сделать это таким образом, чтобы с каждой стороны все шесть граней были разного цвета?

5. По кругу в каком-то порядке выписаны числа от 1 до 77. Какова минимально возможная сумма модулей разностей между соседними числами?

6. На продажу выставлены 20 книг по цене от 7 до 10 евро и 20 обложек по цене от 10 центов до 1 евро, причём все цены разные. Смогут ли Том и Леопольд купить по книге с обложкой, заплатив одну и ту же сумму денег?