

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2013/14 год

Задачи 1 тура, 6 класс

1. Назовём год лихим, если в записи его номера есть одинаковые цифры. Например, все годы с 1988 по 2012 были лихими. Каково максимальное количество лихих лет, идущих подряд, среди уже прошедших лет нашей эры?
2. На круглом торте стоит 7 свечей. Тремя разрезами торт разрезали на части, причём в каждой части оказалась ровно одна свеча. Сколько частей было после второго разреза и сколько свечей стояло в каждой из них?
3. Даны три нечётных положительных числа p, q, r . Про них известно, что $p > 2q, q > 2r, r > p - 2q$. Докажите, что $p + q + r \geq 25$.
4. У Кости есть шесть кубиков, грани которых раскрашены в шесть разных цветов (каждая грань полностью в один цвет). Все кубики раскрашены одинаково. Костя составил из кубиков столбик и смотрит на него с четырёх сторон. Может ли он сделать это таким образом, чтобы с каждой стороны все шесть граней были разного цвета?
5. В одном доме провели перепись населения. Выяснилось, что в каждой квартире живет супружеская пара (мать и отец) и в каждой семье есть хотя бы один ребенок. У каждого мальчика в доме есть сестра, но всего мальчиков больше, чем девочек. Детей же в доме меньше, чем взрослых. Докажите, что в результаты переписи вкралась ошибка.
6. На продажу выставлены 20 книг по цене от 7 до 10 евро и 20 обложек по цене от 10 центов до 1 евро, причём все цены разные. Смогут ли Том и Леопольд купить по книге с обложкой, заплатив одну и ту же сумму денег?