

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2013/14 год

Задачи 1 тура, 5 класс

1. Назовём год лихим, если в записи его номера есть одинаковые цифры. Например, все годы с 1988 по 2012 были лихими. Каково максимальное количество лихих лет, идущих подряд, среди уже прошедших лет нашей эры?
2. На круглом торте стоит 6 свечей. Тремя разрезами торт разрезали на части, причём в каждой части оказалась ровно одна свеча. Сколько свечей могло стоять в каждой из частей, которые образовались после первого разреза? Объясните, почему никакие другие варианты невозможны.
3. Даны три нечётных положительных числа p, q, r . Про них известно, что $p > 2q, q > 2r, r > p - 2q$. Докажите, что $p + q + r \geq 25$.
4. У Кости есть шесть кубиков, грани которых раскрашены в шесть разных цветов (каждая грань полностью в один цвет). Все кубики раскрашены одинаково. Костя составил из кубиков столбик и смотрит на него с четырёх сторон. Может ли он сделать это таким образом, чтобы с каждой стороны все шесть граней были разного цвета?
5. В одном доме провели перепись населения. Выяснилось, что в каждой квартире живет супружеская пара (мать и отец) и в каждой семье есть хотя бы один ребенок. У каждого мальчика в доме есть сестра, но всего мальчиков больше, чем девочек. Детей же в доме меньше, чем взрослых. Докажите, что в результаты переписи вкралась ошибка.
6. Фокусник хочет сложить колоду из 36 карт так, чтобы у любых двух подряд идущих карт совпадало либо достоинство, либо масть. При этом начать он хочет с пиковой дамы, а закончить бубновым тузом. Как это сделать?