

**Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»
2013/2014 учебный год. Второй тур
Задачи для 10 класса**

1. В выпуклом пятиугольнике провели все диагонали. Для каждой пары диагоналей, пересекающихся внутри пятиугольника, нашли меньший из углов между ними. Какие значения может принимать сумма этих пяти углов?
2. Пусть $f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x + 24$. Решите уравнение $f(f(f(f(x)))) = 0$.
3. Докажите, что из круга радиуса 1 можно вырезать четыре части, из которых можно составить прямоугольник $1 \times 2,5$. Части можно поворачивать и переворачивать.
4. Внутри квадрата со стороной 100 нарисовали 100 000 квадратов. Диагонали разных квадратов не имеют общих точек. Докажите, что сторона хотя бы одного квадрата меньше 1.
5. Пусть a и n — натуральные числа, причём известно, что a^n — 2014-значное число. Найдите наименьшее натуральное k такое, что a не может быть k -значным числом.
6. Павел придумал новый способ сложения чисел: он называет «павлосуммой» чисел x и y значение выражения $x \# y = (x+y)/(1-xy)$, если оно определено. Однажды он «сложил» своим способом числа a и b , «прибавил» к ним c , а к результату — d . В то же время его друг «сложил» числа c и d , «прибавил» к ним b , а к результату — a . Могли ли у них получиться разные результаты?