

**Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»**

2013/2014 учебный год. Второй тур

Решения и критерии проверки

Ниже приведены решения задач и критерии проверки. В тексте встречаются ссылки на задачи из вариантов других классов; так, «задача 5.6» означает задачу №6 для 5-го класса.

Сроки проверки. «Первичная» проверка должна быть в основном закончена к 10 февраля. После этого ответственные за параллель могут перепроверять работы с высокими баллами и те, которые вызвали затруднения у проверяющих.

Оценивание работ. Максимальный балл за каждую задачу — 7 баллов. Допускаются только целые баллы.

Рекомендуется придерживаться следующего принципа. Если задача в целом решена верно, но в решении есть мелкие ошибки или пробелы в объяснениях, то ставится 5-6 баллов. Если задача в целом не решена, но есть существенные продвижения (не просто «что-то разумное написано», а именно существенные продвижения), то ставится 1-2 балла. Если продвижения *очень* существенны (человек понял практически всё, что нужно для решения задачи, но задачу по непонятной причине не решил), то можно поставить 3 балла. В целом оценки в 3 и особенно 4 балла рекомендуется ставить как можно реже.

Частные критерии описаны после решения каждой задачи. Они устроены примерно так:

Полное решение – описание того, что должно быть в семибалльном решении (а что не обязательно должно быть: например, от младших мы не всегда требуем чётких доказательств, а от старших – доказательства очевидных фактов).

Погрешности – недостатки решения, приводящие к снятию 1-2 баллов. Если в решении допущено несколько погрешностей, то происходит «частичное суммирование»: за две погрешности по 1 баллу вычитается 2 балла, но за несколько двухбалльных погрешностей всё равно в сумме снимается два балла, в крайнем случае – три. В общем, правило о том, что «задача в целом решена – ставь хотя бы 5, в крайнем случае 4», должно соблюдаться.

Продвижения – указано, за какие продвижения даются баллы, если задача в целом не решена. Здесь действует аналогичное правило «частичного суммирования» с потолком в 2, изредка 3 балла.

К «продвижениям» обычно относится наличие верного числового ответа при отсутствии решения (за ответ ставится 1 балл); однако если видно, что ответ получился верным совершенно случайно из абсолютно неверных соображений, то можно ставить 0. Верно угаданный ответ вида «да/нет» баллов не приносит.

Типичная «погрешность» - арифметическая ошибка, не влияющая на ход решения. За неё снимается 1-2 балла (в зависимости от сложности задачи – чем проще задача, тем дороже стоит в ней дурацкая ошибка).

Разумеется, реальность разнообразнее заранее придуманных критериев. Тем не менее, надеемся, что они помогут оценивать работы более единообразно. Обо всех спорных случаях стоит сообщать ответственному за параллель, который выступает гарантом единообразия критериев. Критерии могут уточняться в первые дни (ответственные по параллелям могут уточнять их самостоятельно и сообщать проверяющим).

Заполнение таблицы с результатами. Результаты проверки работ нужно внести в xls-таблицу вместе с данными из анкет. Инструкция по указанию данных приведена ниже (вам может показаться, что она слишком подробная и занудная, но она должна облегчить сведение данных в общую таблицу).

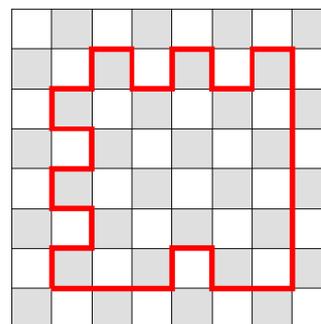
- № - не заполняется.
- Параллель, Проверяющий – ваша фамилия и параллель, которую вы проверяете.
- E-mail организатора – с какого ящика присланы письма на ящик жюри (будьте внимательны: некоторые письма переслали с других ящиков). Организатор – название организатора в произвольной форме (например, город и школа в соответствии с указанными в теме письма).
- Страна – по-русски. Регион – без сокращений и без слова «Республика», например, «Минская область», «Татарстан». Населённый пункт: «Магнитогорск», «пос. Петрово Юрьевского района» (тип населённого пункта пишем для сёл, посёлков и т.д., но не для городов; если не райцентр, указываем район).
- «Сельская местность» и «Особые права» - пункты, добавленные по требованию СПбГУ для какой-то отчётности (типа «а сколько в вашей олимпиаде участвует инвалидов, сирот и детей из сельской местности?»); если ответ отсутствует или отрицательный, ничего не писать.
- Школа – например, «школа 5б», «гимназия 5 с углублённым изучением математики», «лицей «Золотая горка»» и т.д. (без аббревиатур типа «ГБОУ»; вместо «СОШ» и «ООШ» пишем «школа»; символ № не используем; «имени Пушкина» или «при ДВГУ» оставляем).
- Класс – название класса с буквой.
- Кружок – занимается ли в кружке и где (ФИО руководителя, если это кружок при школе, можно не писать).
- E-mail – для участников с совсем слабыми работами можно не указывать. Если отсутствует e-mail, можно указать вместо него телефон.
- Фамилия, имя – ясно (отчество не нужно).
- 1–6 – баллы по задачам, итого – сумма.
- Примечание – в частности, нужно отмечать подозрения на списывание. Примечания по задачам (пр.1 – пр.6) – если не уверены в оценке или в этой задаче есть что-то интересное.

Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

2013/2014 учебный год. Второй тур

Задачи для 5 класса

1. Разрежьте шахматную доску по клеточкам на две фигуры так, что в первой фигуре на 4 клетки больше, чем во второй, но во второй фигуре на 4 чёрных клетки больше, чем в первой. Обе фигуры должны быть связными, то есть не должны распадаться на части.



Решение. Например, так.

Критерии. Полное решение состоит из картинка; объяснять, почему картинка удовлетворяет условию, не нужно.

Продвижения: верно указано (текстом), сколько чёрных и белых клеток (или сколько всего клеток и сколько чёрных клеток) должно быть в одной из фигур — 1 балл.

Неверная картинка баллов обычно не даёт. Если Вам кажется, что картинка очень близка к верной и заслуживает баллов — обсудите это с ответственным за параллель.

2. Известно, что в понедельник маляр красил вдвое медленнее, чем во вторник, среду и четверг, а в пятницу — вдвое быстрее, чем в эти три дня, но работал 6 часов вместо 8. В пятницу он покрасил на 300 метров забора больше, чем в понедельник. Сколько метров забора маляр покрасил с понедельника по пятницу?

Решение. Примем за 100% длину забора, которую маляр красил во вторник, среду и четверг. Тогда на понедельник приходится 50%, а на пятницу – 150%. Значит, 300 метров забора соответствуют $150\% - 50\% = 100\%$. За всю неделю (с понедельника по пятницу) – 500%, т.е. **1500 метров**.

Критерии. По общим правилам.

3. Найдите количество четырёхзначных чисел, у которых все цифры различны, первая цифра делится на 2, а сумма первой и последней цифр — делится на 3.

Решение. Первая цифра может быть 2, 4, 6 или 8. Если первая 2, то последняя 1,4,7; если первая 4, то последняя 2,5,8; если первая 6, то последняя 0,3,(6 не подходит),9; если первая 8, то последняя 1,4,7. Итого $3+3+3+3=12$ вариантов для первой и последней цифр. Для каждого из этих вариантов существует $8 \cdot 7$ способов выбрать две средних цифры. Итого $56 \cdot 12 = 672$ способа.

Критерии.

Погрешности. Ошибочно учтены числа вида $6^{**}6$ — два балла снимается.

Без объяснений написано, что каждой первой цифре соответствуют три варианта последних — один балл снимается (это неочевидно, т.к. достигается только благодаря невозможности $6^{**}6$).

Ошибочно учтены числа, начинающиеся с нуля — два балла снимается.

Арифметические ошибки при верном ходе решения — минус балл за каждую ошибку.

Продвижения. Если написано, что количество пар (вторая цифра, третья цифра) не 7·8, а 9·9 или 8·8 и т.д., то задача считается нерешённой и ставится не более 2 баллов.

4. В семье Олимпионовых принято особо отмечать день, когда человеку исполняется столько лет, какова сумма цифр его года рождения. У Коли Олимпионова такой праздник настал в 2013 году, а у Толи Олимпионова — в 2014. Кто из них старше и на сколько лет?

Решение. Определим, в каком году может родиться человек, если при прибавлении к году рождения суммы его цифр получается 2013 или 2014. Ясно, что номер такого года не более 2014. Поскольку у каждого из чисел от 1 до 2014 сумма цифр не превышает $1+9+9+9=28$, то номер года рождения не меньше $2013-28=1985$. Перебрав все годы от 1985 до 2013, обнаружим, что Коля мог родиться в 1992 или 2010 годах, а Толя в 1988 или в 2006.

Поэтому возможны варианты: Толя старше на 4 года; Толя старше на 22 года; Коля старше на 14 лет.

Критерии.

Полное решение. Должен быть приведён перебор или по крайней мере указан диапазон перебора. Обоснования типа «Достаточно перебирать только с 1985 по 2014, потому что сумма цифр не больше 28» не требуется — достаточно, чтобы диапазон включал в себя годы с 1988 по 2010.

Погрешности. Если о переборе ничего не написано, а просто сразу же написано «Коля мог родиться в 1992 или 2010 годах, а Толя в 1988 или в 2006, поэтому...» и дальше верный ответ — это считается решением с погрешностью и оценивается в 5 баллов.

Годы рождения верно и обоснованно найдены, но ответ на исходный вопрос не дан или дан неверно — снимается 2 балла.

Продвижения. Если указан один из возможных годов рождения Коли и один из возможных годов рождения Толи — даётся 1 балл. Если для одного из братьев найден один вариант, а для другого — оба, то 2 балла.

При наличии «лишних» годов рождения за решение даётся не более 2 баллов.

Верный ответ (полный) без указания, в каком году они могли родиться — 2 балла.

Примечание. Строго говоря, мы нашли разность годов рождения, а разность возрастов может лежать в промежутке от 3 до 5 лет или от 21 до 23 лет или от -15 до -13 лет.

Указание на это не требуется, но и не наказывается.

5. Карлсон купил в буфете несколько блинов (по 25 рублей за штуку) и несколько банок мёда (по 340 рублей за штуку). Когда он сообщил Малышу, какую сумму потратил в буфете, тот сумел только на основании этой информации определить, сколько банок мёда и сколько блинов купил Карлсон. Могла ли эта сумма превысить 2000 рублей?

Решение. Могла. Например, пусть Карлсон потратил $4 \cdot 340 + 25 \cdot 40 = 2360$ рублей.

Предположим, что Карлсон может набрать такую сумму ещё каким-нибудь способом; для этого он должен потратить на блины на x рублей меньше, а на мёд на x рублей больше (или наоборот). Но тогда за x рублей можно купить как целое число блинов, так и целое число горшочков с мёдом. Значит, x делится на 25 и на 340. Но минимальный такой x равен 1700; однако Карлсон не может потратить на 1700 рублей меньше ни на мёд, ни на блины.

Критерии.

Пример верного решения (на 7 баллов). «Да, такое возможно, например, если Карлсон купил 4 банки мёда и 40 блинов. Количество блинов можно изменять только на 68, а банок мёда — только на 5, но ни то, ни другое невозможно». В общем, строгих формулировок не требуем — достаточно демонстрации интуитивного понимания происходящего ☺

Погрешности. Приведён пример, что мог купить Карлсон, но не объяснено, почему это количество подходит — ставим 5 баллов.

Продвижения. Автор пытается привести пример и обосновать его правильным способом, но сам пример оказывается неподходящим (например, из-за арифметической ошибки) — ставим 2 балла.

Ноль баллов: только за ответ «могла»; за любые попытки доказать, что не могла.

б. Братья нашли клад из золота и серебра. Они разделили его так, что каждому досталось по 100 кг. Старшему досталось больше всего золота — 30 кг — и пятая часть всего серебра. Сколько золота было в кладе?

Решение. 1) Старший брат получил 70 кг серебра, что является пятой частью общего количества; значит, общая масса серебра равна 350 кг.

2) Остальные получили больше серебра, чем старший, т.е. каждый — больше 70 кг. Если братьев хотя бы пятеро, то в сумме они получают больше 350 кг; значит, братьев не больше чем четверо.

3) Но хотя бы четверо их должно быть, т.к. масса серебра превышает 300 кг. Значит, братьев четверо.

4) Общая масса клада 400 кг, поэтому масса золота $400 - 350 = 50$ кг.

Критерии.

Если не доказано (а просто взято с потолка), что братьев ровно четверо, то задача не решена (не больше 3 баллов).

Погрешности. Кроме верного, участник допускает вариант «братьев пятеро, каждый получил по 30 кг золота» — снимаем 1 балл.

Продвижения. «Общая масса серебра 350 кг» — 1 балл.

«Братьев не более чем четверо» с обоснованием, близким к верному — 2 балла.

Приведён только пример (без обоснования того, что ответ не может быть другим) — 1 балл.