



▷ 1. Найдите пару натуральных x и y таких, что

$$x^2 + y^2 = 19451945.$$

▷ 2. Решить систему уравнений

$$3(x^3 + y^3 + x^2y + x^2z - xyz) = 2(xyz - y^3 - z^3 - y^2z - y^2x) = 6(z^3 + x^3 + z^2x + z^2y - xyz).$$

▷ 3. На координатной плоскости задана последовательность точек $A_n(a_n; b_n)$: $a_n = b_{n-1} + b_{n-2}$, $b_n = a_{n-1} - a_{n-2}$, где $n > 2$, $A_1(19; 45)$, $A_2(20; 20)$. Докажите, что существует выпуклый многоугольник, вне которого не существует ни одной точки бесконечно ломанной $A_1A_2A_3 \dots A_n \dots$. Найдите площадь треугольника $A_{2020}A_{1945}A_{75}$.

▷ 4. Верно ли равенство

$$\sin 3 \cdot \sqrt[3]{\cos 2} - \sin 2 \cdot \sqrt[3]{\cos 3} < \sqrt[3]{\cos 2 \cdot \cos 3}?$$

▷ 5. Пусть задан многочлен $P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ с целыми коэффициентами a_1, \dots, a_n . Известно, что существуют шесть различных целых чисел $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$ такие, что $P(\beta_1) = P(\beta_2) = P(\beta_3) = P(\beta_4) = P(\beta_5) = P(\beta_6) = 1945$. Найдите такие целые k , что $P(k) = 2020$.

▷ 6. В конус вписаны две касающиеся между собой сферы a и b (Каждая сфера касается поверхности конуса по окружности). Существует n равных сфер, касающихся a, b , поверхности конуса и таких, что каждая из них касается еще двух из этих n сфер. Какие значения может принимать число n ?

▷ 7. Через вершину правильного тетраэдра с ребром, равным данному отрезку длиной a , проведена плоскость так, что линия её пересечения с плоскостью основания параллельна стороне и делит основание на две равновеликие части. С помощью циркуля и линейки построить квадрат, равновеликий площади сечения тетраэдра указанной плоскостью.

▷ 8. Можно ли: а) занумеровать ребра куба числами $1, 2, \dots, 12$ так, чтобы для каждой вершины сумма номеров трёх выходящих из неё ребер была одной и той же; б) вычеркнуть одно из чисел $1, 2, \dots, 12, 13$ и оставшимися занумеровать ребра куба так, чтобы выполнялось то же условие?

▷ 9. Известно, что углы A, B, C треугольника ABC удовлетворяют соотношению

$$3 \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{3A}{2} \cdot \sin \frac{3B}{2} \cdot \cos \frac{3C}{2} = 0.$$

Приведите хотя бы один пример такого треугольника, длины сторон которого:

а) рациональны; б) действительны.

▷ 10. Пусть A – множество, состоящее из 10 элементов. X и Y – подмножества множества A , такие что

$$X \cup Y = A.$$

Из всех решений этого уравнения (X, Y) наудачу выбирают одно. Какова вероятность того, что X и Y содержат ровно по 7 элементов?

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!



▷ 1. Найдите пару натуральных x и y таких, что

$$x^2 + y^2 = 19451945.$$

▷ 2. Решить систему уравнений

$$3(x^3 + y^3 + x^2y + x^2z - xyz) = 2(xyz - y^3 - z^3 - y^2z - y^2x) = 6(z^3 + x^3 + z^2x + z^2y - xyz).$$

▷ 3. На координатной плоскости задана последовательность точек $A_n(a_n; b_n)$: $a_n = b_{n-1} + b_{n-2}$, $b_n = a_{n-1} - a_{n-2}$, где $n > 2$, $A_1(19; 45)$, $A_2(20; 20)$. Докажите, что существует выпуклый многоугольник, вне которого не существует ни одной точки бесконечно ломанной $A_1A_2A_3 \dots A_n \dots$. Найдите площадь треугольника $A_{2020}A_{1945}A_{75}$.

▷ 4. Верно ли равенство

$$\sin 3 \cdot \sqrt[3]{\cos 2} - \sin 2 \cdot \sqrt[3]{\cos 3} < \sqrt[3]{\cos 2 \cdot \cos 3}?$$

▷ 5. Пусть задан многочлен $P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ с целыми коэффициентами a_1, \dots, a_n . Известно, что существуют шесть различных целых чисел $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$ такие, что $P(\beta_1) = P(\beta_2) = P(\beta_3) = P(\beta_4) = P(\beta_5) = P(\beta_6) = 1945$. Найдите такие целые k , что $P(k) = 2020$.

▷ 6. В конус вписаны две касающиеся между собой сферы a и b (Каждая сфера касается поверхности конуса по окружности). Существует n равных сфер, касающихся a, b , поверхности конуса и таких, что каждая из них касается еще двух из этих n сфер. Какие значения может принимать число n ?

▷ 7. Через вершину правильного тетраэдра с ребром, равным данному отрезку длиной a , проведена плоскость так, что линия её пересечения с плоскостью основания параллельна стороне и делит основание на две равновеликие части. С помощью циркуля и линейки построить квадрат, равновеликий площади сечения тетраэдра указанной плоскостью.

▷ 8. Можно ли: а) занумеровать ребра куба числами $1, 2, \dots, 12$ так, чтобы для каждой вершины сумма номеров трёх выходящих из неё ребер была одной и той же; б) вычеркнуть одно из чисел $1, 2, \dots, 12, 13$ и оставшимися занумеровать ребра куба так, чтобы выполнялось то же условие?

▷ 9. Известно, что углы A, B, C треугольника ABC удовлетворяют соотношению

$$3 \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{3A}{2} \cdot \sin \frac{3B}{2} \cdot \cos \frac{3C}{2} = 0.$$

Приведите хотя бы один пример такого треугольника, длины сторон которого:

а) рациональны; б) действительны.

▷ 10. Пусть A – множество, состоящее из 10 элементов. X и Y – подмножества множества A , такие что

$$X \cup Y = A.$$

Из всех решений этого уравнения (X, Y) наудачу выбирают одно. Какова вероятность того, что X и Y содержат ровно по 7 элементов?

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!!!