

XXV Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2017»

Заключительный тур

9 класс



▷ 1. Провести через точки A и B , лежащие по одну сторону от прямой l , окружность, касающуюся прямой l .

▷ 2. Найдите все трехзначные числа, в которых количества сотен, десятков и единиц образуют:

- 1) арифметическую прогрессию;
- 2) геометрическую прогрессию.

▷ 3. Докажите, что для катетов a, b и гипотенузы c прямоугольного треугольника выполняется неравенство

$$(a + b)c \geq 2\sqrt{2}ab.$$

▷ 4. Число $\frac{2017}{2^{2017}}$ записали в виде конечной десятичной дроби. Какая цифра стоит на четвертом месте с конца?

▷ 5. Найти все точки плоскости (x, y) , координаты которых удовлетворяют соотношению

$$\begin{cases} \max\{x, x^2\} = \min\{y, y^2\}, \\ \min\{x, x^2\} + \max\{y, y^2\} = 1. \end{cases}$$

▷ 6. Последовательно выписаны в порядке возрастания все шестизначные числа, в записи которых присутствуют 0, 1, 2, 3. Какое число записано на 1993-ем месте?

▷ 7. Докажите, что существует такое натуральное n , что $1993^n - 1$ делится нацело на 2017.

▷ 8. Пусть $\overline{a_1a_2a_3 \dots a_k}$ — десятичная запись k -значного числа. Найдите все числа, для которых выполняется соотношение:

$$\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6} = \overline{a_1a_2a_3} \cdot \overline{a_4a_5a_6} + 2017.$$

▷ 9. В двух неодинаковых банках с водой растворили по одной килограммовой пачке сахара, получив 40% и 60% растворы сахара. Сколько процентный раствор сахара получится после смешивания этих объемов раствора?

▷ 10. При каком a число решений уравнения $d(x) = a\sqrt{x}$, где $d(x)$ — расстояние от x до ближайшего целого числа, равно

- а) 2017;
- б) 2018?