

XXV Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2017»

Заключительный тур

8 класс



▷ 1. Сколько существует натуральных чисел n таких, что число $2018n$ делится на $2017 + n$?

▷ 2. Найдите два наименьших натуральных числа, каждое из которых делится на 5-ую степень некоторого числа, большего 1.

▷ 3. Пусть $d(x)$ — расстояние от x до ближайшего целого числа. Сколько решений имеет уравнение

$$d(x) = \frac{x}{1000}?$$

▷ 4. Известно, что у дракона 5 голов и у каждой не более 31 зуба. Верно ли, что среди 32^{31} драконов может не оказаться двух особ с одним и тем же набором зубов, а среди 16^{39} драконов обязательно найдется хотя бы одна пара с одним и тем же набором зубов?

▷ 5. Известно, что числа 40316, 64520 и 98809 при делении на некоторое число дают один и тот же остаток. Найдите этот делитель и остаток.

▷ 6. Пусть $\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_k}$ — десятичная запись k -значного числа. Найдите все четырехзначные числа, для которых выполняется соотношение:

$$\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} = \overline{a_1 a_2} \cdot \overline{a_3 a_4} + 1677.$$

▷ 7. Найти все точки плоскости (x, y) , координаты которых удовлетворяют соотношению

$$\max\{x, x^2\} + \min\{y, y^2\} = 1.$$

▷ 8. Как разрезать квадрат со стороной 7 см на прямоугольники, сумма периметров которых равна

- а) 2017 см;
- б) 1993 см?

▷ 9. Обычно домино содержит 28 различных костей, при этом наибольшее число очков на одной кости — 12. Сколько костей содержало бы домино, если бы наибольшее число очков на одной кости было 14?

▷ 10. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + 2z = -2, \\ xy - x + y - 2z^2 = 3. \end{cases}$$