

Отборочный тур, 11 класс, 1 вариант

▷ 1. Вычислить сумму  $99, (1)+98, (2)+97, (3)+\dots+1, (99)$ . Ответ записать в виде десятичной дроби.

▷ 2. Решить уравнение  $\frac{12}{\pi} \operatorname{arccotg}^2 \frac{x}{2\sqrt{3}} = 3\pi + 5 \operatorname{arccotg} \frac{x}{2\sqrt{3}}$ .

▷ 3. Три экскаватора разной производительности рыли котлован. Если бы производительность первого была в 2 раза, а третьего — в 3 раза больше, чем в действительности, то котлован был бы вырыт за 5 дней. Если бы производительность первого была в 3 раза, второго — в 2 раза, а третьего — в 4 раза больше, чем в действительности, то котлован был бы вырыт за  $3\frac{3}{4}$  дня. За сколько дней котлован был вырыт в действительности?

▷ 4. Сколько решений уравнения  $4(\cos \frac{16\pi}{3} \cos 3x)^2 + \sin^2 2x + \cos 3x + 2 \cos^2 \frac{3x}{2} = 0$  находится в промежутке  $[0; 25\pi]$ ?

▷ 5. Найдите наименьшее  $a$ , при котором существует единственное решение уравнения  $3 - a|x - 1| = 2x^2 + x$ .

▷ 6. Найти число делителей числа 4410.

▷ 7. Найдите целую часть наибольшего значения функции на промежутке  $(0; 2016)$ , которая при всех допустимых значениях  $x$  удовлетворяет равенству  $f(x) - 2f(\frac{2}{x}) = x + 1$ .

▷ 8. В треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  известны все ее ребра:  $AA_1 = AB = BC = 4$ ;  $AC = 2$ ;  $\angle AA_1C_1 = 90^\circ$ ;  $\angle AA_1B_1 = 60^\circ$ .  $M$  — точка пересечения медиан треугольника  $A_1B_1C_1$ . Найти угол между  $AM$  и  $A_1C_1$ . В ответе запишите, чему равно  $20 \cos 2\alpha$ .

▷ 9. Найдите значение приведенного многочлена от  $x$  наименьшей степени с целыми коэффициентами, который имеет корни  $\alpha = \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}$  и  $\beta = \sqrt{10 - \sqrt{96}} - \sqrt{10 + \sqrt{96}}$  при  $x = 1$ .

▷ 10. Заданы функции:  $f(x) = \begin{cases} 3 - 2x, & x > 1 \\ x + 2, & x \leq 1 \end{cases}$  и  $g(x) = x^2 - 3x - 1$ . Найдите  $a^2 + b^2$ , где  $a$  — наименьший корень, а  $b$  — наибольший корень уравнения  $f(3 - |x|) = g(2 - x)$ .

Отборочный тур, 11 класс, 2 вариант

▷ 1. Вычислить сумму  $0, (1) + 1, (2) + 2, (3) + \dots + 98, (99)$ . Ответ записать в виде десятичной дроби.

▷ 2. Решить уравнение  $6 \arccos^2 \frac{x}{6} = \pi(2\pi + \arccos \frac{x}{6})$ .

▷ 3. Трое рабочих должны сделать некоторое количество деталей за определенное время. Если бы первый рабочий работал половину отведенного времени, второй —  $\frac{1}{3}$  часть отведенного времени, а третий —  $\frac{1}{4}$  часть, то они сделали бы 30 деталей. Если бы первый работал  $\frac{1}{6}$  часть, второй —  $\frac{1}{10}$  часть, а третий —  $\frac{1}{15}$  часть отведенного времени, то они сделали бы 10 деталей. Какое количество деталей сделали бы трое рабочих вместе, если бы работали все отведенное время?

▷ 4. Сколько решений уравнения  $(2 \sin \frac{17\pi}{6} \cos 6x)^2 + \sin^2 4x + 4 \cos^2 3x - 1 = 0$  находится в промежутке  $[0; 25\pi]$ ?

▷ 5. Найдите наибольшее значение  $a$ , при котором уравнение  $3x^2 + 4x = a|x + 2| + 4$  имеет ровно два решения.

▷ 6. Найти число делителей числа 2016.

▷ 7. Найдите сумму всех нулей функции, которая при всех допустимых значениях  $x$  удовлетворяет равенству  $f(x) - 2f\left(\frac{x-1}{x}\right) = x + 1$ .

▷ 8. Треугольники  $ABC$  и  $ABD$  лежат в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Найдите длину  $CD$   $l$ , если  $AB = 5$ ;  $AC = 3$ ;  $BC = 4$ ;  $AD = 6$ ;  $BD = 2$ . В ответе запишите чему равно  $(0, 8(3)l)^2$ .

▷ 9. Найдите значение приведенного многочлена от  $x$  наименьшей степени с целыми коэффициентами, который имеет корни  $\alpha = \sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}}$  и  $\beta = \sqrt{7 - \sqrt{24}} - \sqrt{7 + \sqrt{24}}$  при  $x = 3$ .

▷ 10. Заданы функции:  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ 4 - x, & x \geq 1 \end{cases}$  и  $g(x) = -x^2 + 8x - 13$ . Найдите сумму всех целых решений уравнения  $f(2 - |x|) = g(3 - x)$ .

Отборочный тур, 11 класс, 3 вариант

▷ 1. Вычислить сумму  $0, (1) + 2, (3) + 4, (5) + \dots + 98, (99)$ . Ответ записать в виде десятичной дроби.

▷ 2. Решить уравнение  $24 \operatorname{arctg}^2 \frac{x\sqrt{3}}{4} = \pi(5\pi + 14 \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{3}}{4})$ .

▷ 3. Товары  $A, B, C$  куплены за некоторую сумму денег. Если бы товар  $A$  стоил в 5 раз дешевле, товар  $B$  – в 2 раза дешевле, товар  $C$  – в 2,5 раза дешевле, то та же покупка стоила бы 80 долларов. Если бы по сравнению с первоначальной стоимостью товар  $A$  стоил в 2 раза дешевле, товар  $B$  стоил в 4 раза дешевле, товар  $C$  – в 3 раза дешевле, то затраты составили бы 120 долларов. Сколько стоит покупка?

▷ 4. Сколько решений уравнения  $2 \cos 3x - 2 \sin^2 2x - \operatorname{tg}^2 x = 2$  находится в промежутке  $[0; 25\pi]$ ?

▷ 5. Найдите наибольшее целое  $a$ , при котором уравнение  $2x^2 - 3x + a|x + 1| = 5$  имеет ровно три решения.

▷ 6. Сколько различных чисел можно получить, переставляя цифры числа  $123456789$ , при условии, что в каждой такой перестановке как все четные цифры, так и все нечетные будут идти в возрастающем порядке?

▷ 7. Найти сумму всех нулей функции, которая при всех допустимых значениях  $x$  удовлетворяет равенству  $f(1 - \frac{1}{x}) - 2f(\frac{1}{1-x}) = x + 1$ .

▷ 8. Ребра треугольной пирамиды  $SABC$  равны:  $SA = SC = BA = BC = 4$ ;  $SB = 2$ ;  $AC = 6$ . Найти угол  $\alpha$  между медианой  $BN$ , проведенной к стороне  $SA$ , и медианой  $SM$ , проведенной к стороне  $BC$ . В ответе запишите чему равно значение  $\sin^2 \frac{3}{4}\alpha$ .

▷ 9. Найдите значение приведенного многочлена от  $x$  наименьшей степени с целыми коэффициентами, который имеет корни  $\alpha = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \sqrt[3]{|2 - \sqrt{5}|}$  и  $\beta = \sqrt{6 - \sqrt{32}} + \sqrt{6 + \sqrt{32}}$  при  $x = 3$ .

▷ 10. Заданы функции:  $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \geq 1 \\ 5 - 2x, & x < 1 \end{cases}$  и  $g(x) = x^2 - 2x$ . Найдите  $(b + 2)a$ , где  $a$  – наибольший корень, а  $b$  – наименьший корень уравнения  $f(2 - |x|) = g(1 + x)$ .

Отборочный тур, 11 класс, 4 вариант

▷ 1. Вычислить сумму  $99, (98) + 97, (96) + 95, (94) + \dots + 3, (2) + 1$ . Ответ записать в виде десятичной дроби.

▷ 2. Решить уравнение  $18 \arcsin^2 \frac{x\sqrt{3}}{10} = \pi(5\pi + 9 \arcsin \frac{x\sqrt{3}}{10})$ .

▷ 3. Имеется три типа станков различной производительности. При этом 3 станка первого типа, 4 – второго и 2 – третьего справляются со всей работой за 2 часа; 2 станка первого типа, 5 – второго и 3 – третьего справляются с работой за 3 часа. Объем работы увеличили в 3,5 раза, но взяли 21 станок первого типа, 42 – второго и 24 – третьего. За какое время они выполнили этот объем работы?

▷ 4. Сколько решений уравнения  $2 \sin 6x + 2 \cos^2 4x - \operatorname{ctg}^2 2x = 4$  находится в промежутке  $[0; 25\pi]$ ?

▷ 5. При каком наименьшем  $a$  уравнение  $2 + 5x - 3x^2 = a|x - 2|$  имеет единственное решение?

▷ 6. Отец оставил в наследство коллекцию из 12 редких различных монет. Каким числом способов можно поровну разделить ее между тремя наследниками?

▷ 7. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями на отрезке  $[0; 3]$  функции, которая при всех допустимых значениях  $x$  удовлетворяет равенству  $f(x) + 2f(1 - x) = x^2$ .

▷ 8. В параллелограмме  $ABCD$  отрезки, соединяющие середину стороны  $BC$  с вершиной  $A$  и середину стороны  $AB$  с вершиной  $D$ , пересекаются под углом  $60^\circ$ . Найти  $\alpha$  – величину угла  $A$ , если  $|AD| = 2|AB|$ . В ответе запишите  $(5 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2})^2$ .

▷ 9. Найдите значение приведенного многочлена от  $x$  наименьшей степени с целыми коэффициентами, который имеет корни  $\alpha = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{14\sqrt{2} - 20}$  и  $\beta = \sqrt{7 + \sqrt{48}} + \sqrt{7 - \sqrt{48}}$  при  $x = 3$ .

▷ 10. Заданы функции:  $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x > -1 \\ -1 - 2x, & x \leq -1 \end{cases}$  и  $g(x) = x^2 - x$ . Найдите  $a + 2b$ , где  $a$  – наибольший корень, а  $b$  – наименьший корень уравнения  $f(1 - |x|) = g(2 + x)$ .