

$$\begin{cases} a + b + c + d + e + f + x + y = 500 \\ 2a + 2b + 2c + 2d + 2e + 2f + 3x + y = 1000 \\ x + y = 17 \end{cases}$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое, получим

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = 17 \end{cases}$$

Система не имеет решений в целых числах.

Ответ: нет

▷ 8. Дана линейка без делений. На ней отмечены три точки, расстояния между которыми 2017 см и 1993 см. Докажите, что с помощью этой линейки можно отложить любой отрезок, длина которого выражается любым целым числом сантиметров.

Ответ:

1) $2017 - 1993 = 24$

2) $1993 = 24 \cdot 83 + 1$

3) Имея единичный отрезок, можем построить любой отрезок

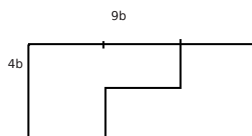
▷ 9. Последовательно в порядке возрастания выписаны все пятизначные числа, в записи которых присутствуют цифры 0, 1, 2, 3, 4. Сколько всего таких чисел?

Решение На первом месте не может стоять 0, остается 4 цифры. На остальных позициях может стоять любая из 5 цифр. Итого получаем $N = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2500$.

Ответ: Всего чисел – 2500

▷ 10. Длина одной стороны прямоугольника составляет 225% другой. Разрежьте этот прямоугольник на две части так, чтобы можно было из них составить квадрат.

Ответ: $a = 4b$



XXV Межрегиональная олимпиада

школьников по математике

«САММАТ-2017»

Заключительный тур

7 класс



▷ 1. Последовательно в порядке возрастания выписаны все пятизначные числа, в записи которых присутствуют цифры 0, 1, 2, 3, 4. Какое число записано на 2017 месте?

Решение $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 4 = 2500$ (на первом месте не может стоять 0)

Количество чисел, на первом месте которых стоит 1, 2, 3 равно $3 \times 5^4 = 1875$.

$10000, 10001, \dots, 34444, 40000, \dots, 40444, 41000, \dots, 41024, 41030, \dots, 41031$.

$$2017 - 1875 = 142 = 125 + 17 = 125 + 15 + 2.$$

Итак, на 2017-ом месте записано число 41031.

Ответ: На 2017-ом месте записано число 41031.

▷ 2. Три землекопа за 4 часа выкопали 6 ям. Сколько времени потребуется четверем землекопам, чтобы вырыть 5 ям?

Решение 3 землекопа за 4 часа выкопали 6 ям, следовательно, 1 землекоп за 4 часа выкопает 2 ямы, 1 землекоп за 1 час выкопает 0,5 ямы. Тогда 4 землекопа за 1 час выкопают 2 ямы, а 4 землекопа за 2,5 часа выкопают 5 ям.

Ответ: 2,5 часа

▷ 3. Приведена таблица финала чемпионата Южной Америки по футболу:

| | | | | | Забитые мячи | Пропущенные мячи | Очки |
|-----------|-----|-----|-----|-----|--------------|------------------|------|
| Аргентина | X | | | 6:0 | 11 | 5 | 4 |
| Бразилия | | X | 1:3 | | 4 | 5 | 3 |
| Перу | | 3:1 | X | | 7 | 7 | 2 |
| Ямайка | 0:6 | | | X | 3 | 8 | 3 |

Заполните пустые клетки, если известно, что за победу давалось два очка, за ничью — одно очко. Во всех не указанных матчах каждая команда не ушла без забитого гола.

Ответ:

| | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|----|---|---|
| Аргентина | X | 1:2 | 4:3 | 6:0 | 11 | 5 | 4 |
| Бразилия | 2:1 | X | 1:3 | 1:1 | 4 | 5 | 3 |
| Перу | 3:4 | 3:1 | X | 1:2 | 7 | 7 | 2 |
| Ямайка | 0:6 | 1:1 | 2:1 | X | 3 | 8 | 3 |

▷ 4. Известно, что у любого Коцея Бессмертного не более 11 зубов. Доказать, что среди 2017 Коцеев может не оказаться двух особ с одним и тем же набором зубов, а среди 20170 найдется по крайней мере 10 Коцеев с одинаковым набором зубов.

