

Отборочный тур, 11 класс, 1 вариант

▷ 1. Вычислить сумму $99, (1)+98, (2)+97, (3)+\dots+1, (99)$. Ответ записать в виде десятичной дроби.

Ответ: 5004, (54)

▷ 2. Решить уравнение $\frac{12}{\pi} \operatorname{arccotg}^2 \frac{x}{2\sqrt{3}} = 3\pi + 5 \operatorname{arccotg} \frac{x}{2\sqrt{3}}$.

Ответ: -6

▷ 3. Три экскаватора разной производительности рыли котлован. Если бы производительность первого была в 2 раза, а третьего — в 3 раза больше, чем в действительности, то котлован был бы вырыт за 5 дней. Если бы производительность первого была в 3 раза, второго — в 2 раза, а третьего — в 4 раза больше, чем в действительности, то котлован был бы вырыт за $3\frac{3}{4}$ дня. За сколько дней котлован был вырыт в действительности?

Ответ: 15

▷ 4. Сколько решений уравнения $4(\cos \frac{16\pi}{3} \cos 3x)^2 + \sin^2 2x + \cos 3x + 2 \cos^2 \frac{3x}{2} = 0$ находится в промежутке $[0; 25\pi]$?

Ответ: 13

▷ 5. Найдите наименьшее a , при котором существует единственное решение уравнения $3 - a|x - 1| = 2x^2 + x$.

Ответ: 5

▷ 6. Найти число делителей числа 4410.

Ответ: 32.

▷ 7. Найдите целую часть наибольшего значения функции на промежутке $(0; 2016)$, которая при всех допустимых значениях x удовлетворяет равенству $f(x) - 2f(\frac{2}{x}) = x + 1$.

Ответ: -3

▷ 8. В треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ известны все ее ребра: $AA_1 = AB = BC = 4$; $AC = 2$; $\angle AA_1C_1 = 90^\circ$; $\angle AA_1B_1 = 60^\circ$. M — точка пересечения медиан треугольника $A_1B_1C_1$. Найти угол между AM и A_1C_1 . В ответе запишите, чему равно $20 \cos 2\alpha$.

Ответ: -17

▷ 9. Найдите значение приведенного многочлена от x наименьшей степени с целыми коэффициентами, который имеет корни $\alpha = \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}$ и $\beta = \sqrt{10 - \sqrt{96}} - \sqrt{10 + \sqrt{96}}$ при $x = 1$.

Ответ: -10

▷ 10. Заданы функции: $f(x) = \begin{cases} 3 - 2x, & x > 1 \\ x + 2, & x \leq 1 \end{cases}$ и $g(x) = x^2 - 3x - 1$. Найдите $a^2 + b^2$, где a — наименьший корень, а b — наибольший корень уравнения $f(3 - |x|) = g(2 - x)$.

Ответ: 12

Отборочный тур, 11 класс, 2 вариант

▷ 1. Вычислить сумму $0, (1) + 1, (2) + 2, (3) + \dots + 98, (99)$. Ответ записать в виде десятичной дроби.

Ответ: 4905, (54)

▷ 2. Решить уравнение $6 \arccos^2 \frac{x}{6} = \pi(2\pi + \arccos \frac{x}{6})$.

Ответ: -3

▷ 3. Трое рабочих должны сделать некоторое количество деталей за определенное время. Если бы первый рабочий работал половину отведенного времени, второй — $\frac{1}{3}$ часть отведенного времени, а третий — $\frac{1}{4}$ часть, то они сделали бы 30 деталей. Если бы первый работал $\frac{1}{6}$ часть, второй — $\frac{1}{10}$ часть, а третий — $\frac{1}{15}$ часть отведенного времени, то они сделали бы 10 деталей. Какое количество деталей сделали бы трое рабочих вместе, если бы работали все отведенное время?

Ответ: 60

▷ 4. Сколько решений уравнения $(2 \sin \frac{17\pi}{6} \cos 6x)^2 + \sin^2 4x + 4 \cos^2 3x - 1 = 0$ находится в промежутке $[0; 25\pi]$?

Ответ: 25

▷ 5. Найдите наибольшее значение a , при котором уравнение $3x^2 + 4x = a|x + 2| + 4$ имеет ровно два решения.

Ответ: 8

▷ 6. Найти число делителей числа 2016.

Ответ: 36.

▷ 7. Найдите сумму всех нулей функции, которая при всех допустимых значениях x удовлетворяет равенству $f(x) - 2f\left(\frac{x-1}{x}\right) = x + 1$.

Ответ: -8

▷ 8. Треугольники ABC и ABD лежат в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Найти длину CD l , если $AB = 5$; $AC = 3$; $BC = 4$; $AD = 6$; $BD = 2$. В ответе запишите чему равно $(0, 8(3)l)^2$.

Ответ: 17

▷ 9. Найдите значение приведенного многочлена от x наименьшей степени с целыми коэффициентами, который имеет корни $\alpha = \sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}}$ и $\beta = \sqrt{7 - \sqrt{24}} - \sqrt{7 + \sqrt{24}}$ при $x = 3$.

Ответ: 5

▷ 10. Заданы функции: $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ 4 - x, & x \geq 1 \end{cases}$ и $g(x) = -x^2 + 8x - 13$. Найдите сумму всех целых решений уравнения $f(2 - |x|) = g(3 - x)$.

Ответ: -1

Отборочный тур, 11 класс, 3 вариант

▷ 1. Вычислить сумму $0, (1) + 2, (3) + 4, (5) + \dots + 98, (99)$. Ответ записать в виде десятичной дроби.

Ответ: 2477, (7)

▷ 2. Решить уравнение $24 \operatorname{arctg}^2 \frac{x\sqrt{3}}{4} = \pi(5\pi + 14 \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{3}}{4})$.

Ответ: -4

▷ 3. Товары A, B, C куплены за некоторую сумму денег. Если бы товар A стоил в 5 раз дешевле, товар B – в 2 раза дешевле, товар C – в 2,5 раза дешевле, то та же покупка стоила бы 80 долларов. Если бы по сравнению с первоначальной стоимостью товар A стоил в 2 раза дешевле, товар B стоил в 4 раза дешевле, товар C – в 3 раза дешевле, то затраты составили бы 120 долларов. Сколько стоит покупка?

Ответ: 280

▷ 4. Сколько решений уравнения $2 \cos 3x - 2 \sin^2 2x - \operatorname{tg}^2 x = 2$ находится в промежутке $[0; 25\pi]$?

Ответ: 13

▷ 5. Найдите наибольшее целое a , при котором уравнение $2x^2 - 3x + a|x + 1| = 5$ имеет ровно три решения.

Ответ: -8

▷ 6. Сколько различных чисел можно получить, переставляя цифры числа 123456789, при условии, что в каждой такой перестановке как все четные цифры, так и все нечетные будут идти в возрастающем порядке?

Ответ: 126.

▷ 7. Найти сумму всех нулей функции, которая при всех допустимых значениях x удовлетворяет равенству $f(1 - \frac{1}{x}) - 2f(\frac{1}{1-x}) = x + 1$.

Ответ: -4.5

▷ 8. Ребра треугольной пирамиды $SABC$ равны: $SA = SC = BA = BC = 4$; $SB = 2$; $AC = 6$. Найти угол α между медианой BN , проведенной к стороне SA , и медианой SM , проведенной к стороне BC . В ответе запишите чему равно значение $\sin^2 \frac{3}{4}\alpha$.

Ответ: $\frac{1}{2}$

▷ 9. Найдите значение приведенного многочлена от x наименьшей степени с целыми коэффициентами, который имеет корни $\alpha = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \sqrt[3]{|2 - \sqrt{5}|}$ и $\beta = \sqrt{6 - \sqrt{32}} + \sqrt{6 + \sqrt{32}}$ при $x = 3$.

Ответ: -2

▷ 10. Заданы функции: $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \geq 1 \\ 5 - 2x, & x < 1 \end{cases}$ и $g(x) = x^2 - 2x$. Найдите $(b + 2)a$, где a – наибольший корень, а b – наименьший корень уравнения $f(2 - |x|) = g(1 + x)$.

Ответ: -2

Отборочный тур, 11 класс, 4 вариант

▷ 1. Вычислить сумму $99, (98) + 97, (96) + 95, (94) + \dots + 3, (2) + 1$. Ответ записать в виде десятичной дроби.

Ответ: 2526, (76)

▷ 2. Решить уравнение $18 \arcsin^2 \frac{x\sqrt{3}}{10} = \pi(5\pi + 9 \arcsin \frac{x\sqrt{3}}{10})$.

Ответ: -5

▷ 3. Имеется три типа станков различной производительности. При этом 3 станка первого типа, 4 – второго и 2 – третьего справляются со всей работой за 2 часа; 2 станка первого типа, 5 – второго и 3 – третьего справляются с работой за 3 часа. Объем работы увеличили в 3,5 раза, но взяли 21 станок первого типа, 42 – второго и 24 – третьего. За какое время они выполнили этот объем работы?

Ответ: 1 час

▷ 4. Сколько решений уравнения $2 \sin 6x + 2 \cos^2 4x - \operatorname{ctg}^2 2x = 4$ находится в промежутке $[0; 25\pi]$?

Ответ: 25

▷ 5. При каком наименьшем a уравнение $2 + 5x - 3x^2 = a|x - 2|$ имеет единственное решение?

Ответ: 7

▷ 6. Отец оставил в наследство коллекцию из 12 редких различных монет. Каким числом способов можно поровну разделить ее между тремя наследниками?

Ответ: 34650.

▷ 7. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями на отрезке $[0; 3]$ функции, которая при всех допустимых значениях x удовлетворяет равенству $f(x) + 2f(1 - x) = x^2$.

Ответ: $\frac{4}{3}$

▷ 8. В параллелограмме $ABCD$ отрезки, соединяющие середину стороны BC с вершиной A и середину стороны AB с вершиной D , пересекаются под углом 60° . Найти α – величину угла A , если $|AD| = 2|AB|$. В ответе запишите $(5 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2})^2$.

Ответ: 27

▷ 9. Найдите значение приведенного многочлена от x наименьшей степени с целыми коэффициентами, который имеет корни $\alpha = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{14\sqrt{2} - 20}$ и $\beta = \sqrt{7 + \sqrt{48}} + \sqrt{7 - \sqrt{48}}$ при $x = 3$.

Ответ: -1

▷ 10. Заданы функции: $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x > -1 \\ -1 - 2x, & x \leq -1 \end{cases}$ и $g(x) = x^2 - x$. Найдите $a + 2b$, где a – наибольший корень, а b – наименьший корень уравнения $f(1 - |x|) = g(2 + x)$.

Ответ: -7