

9 класс.

▷ **1.** Назовем хромой ладьей фигуру, которая бьет как обычная ладья, но не далее, чем на 2 клетки. Какое наибольшее число хромых ладей можно поставить на шахматной доске 8×8 ?

▷ **2.** При каком наименьшем n квадрат можно разделить на n треугольников, площади которых относятся как $1 : 3 : 5 : \dots : (2n - 1)$?

▷ **3.** Даны 2016 натуральных чисел $a = k!$, $k = \overline{1, 2016}$. Можно ли из этой последовательности выбрать 2015 членов, произведение которых будет точным квадратом?

▷ **4.** Найти все простые p и целые x такие, что $x(x + 1)(x^4 - x + 1) = 13p - 1$.

▷ **5.** Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$, $c \neq 0$. Известно, что уравнение $f(x) = 2016x + 1$ не имеет действительных корней.

Доказать, что уравнение

$$f(f(x)) = 2016^2x + 2017.$$

также не имеет корней.

▷ **6.** В треугольнике ABC точка M — точка пересечения медианы AA_1 и биссектрисы BB_1 , а $\frac{AM}{MA_1} = \frac{BM}{MB_1}$. Доказать, что треугольник ABC равнобедренный.

▷ **7.** На какое наибольшее число выпуклых частей могут разрезать плоскость продолжения сторон выпуклого n -угольника?

▷ **8.** У некоторой арифметической прогрессии сумма S удовлетворяет условию $S_{1007} = S_{1009}$. Чему равна S_{2016} ?

▷ **9.** Дана возрастающая последовательность чисел, не делящихся ни на одно из чисел 2, 3, 5, 7. Каким по счету будет число 3377, если первый член ряда равен 11?

▷ **10.** В племени древних шумеров считалось, что параллелепипед «красивый», если из его трех ребер, которые измерялись целыми числами, можно сложить прямоугольный треугольник. Какой наименьший объем кратный 2016 можно было бы отмерить с помощью «красивого» параллелепипеда?