11 класс.

▷ **1.** Два одинаковых куба с ребром a имеют диагонали на одной и той же прямой, вершина второго куба лежит в центре первого, и второй куб повернут вокруг диагонали на 60° по отношению к первому. Найти объем их общей части и радиус вписанного шара.

▷ **2.** Найти сумму действительных корней уравнения

$$|x^3 - 3x^2 + 5x + 3| = 14.$$

▷ **3.** В круг вписан правильный шестиугольник. Пользуясь только линейкой, построить $\frac{1}{n}$ часть радиуса, где $n = 2, 3, 4, 5 \ldots$.

▷ **4.** Пусть $\mathrm{P}(N)$ — произведение цифр натурального числа N. Сколько существует последовательных натуральных трехзначных чисел N_1, N_2, N , $N_4 \ldots N_7$, в записи которых нет нулей,таких,что $\mathrm{P}(N_1) + \mathrm{P}(N_2) + \ldots + \mathrm{P}(N\ ) = 2016$?

▷ **5.** Решить систему

$$\begin{cases} \sqrt{2\arccos x - \arccos y} \cdot (|x| + |y| - 1) = 0; \\ \sqrt{2\arccos y - \arccos x} \cdot (|x + y| + |x - y| - 1) = 0 \end{cases}$$

▷ **6.** Найдите две последние цифры числа

$$[(\sqrt{29} + \sqrt{21})^{2016}],$$

где $[x]$ — целая часть числа x.

▷ **7.** Построить такой треугольник ABC с целочисленными сторонами, углы которого удовлетворяют соотношению:

$$3\sin\frac{A}{2} \cdot \sin\frac{B}{2} \cdot \cos\frac{C}{2} + \sin\frac{3A}{2} \cdot \sin\frac{3B}{2} \cdot \cos\frac{3C}{2} = 0.$$

▷ **8.** Сколько существует натуральных пар чисел $(m; k)$, таких, что последовательность чисел, заданных рекурсивным соотношением

$$x_{n+2} + \frac{1}{x_{n+1}} = x_n, x_1 = m, x_2 = k$$

состоит ровно из 100 чисел.

▷ **9.** Существует ли прямоугольник, который можно разрезать на конечное число попарно неравных квадратов?

▷ **10.** Найдите все натуральные a, при которых неравенство

$$\frac{(x^2 - x + 1)^3}{x^2(x-1)^2} \le \frac{(a^2 - a + 1)^3}{a^2(a-1)^2}$$

имеет ровно а) 2016 целых решений, б) 2017 целых решений.