10 класс.

▷ **1.** Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = 2^{\sin x} + 2^{\cos x}.$$

▷ **2.** У Сережи больше 50 черных и белых шаров, причем белых больше, чем черных. Оказалось,что он может выложить шары 2016 способами в ряд так, что никакие два черных не лежали рядом. Сколько шаров было у Сергея?

▷ **3.** Дан равносторонний треугольник ABC. Найти геометрическое место точек M, для которых $MC^2 = MA^2 + MB^2$.

▷ **4.** Внутренние углы A_1, A_2, ..., A_{2016} выпуклого 2016-угольника A_1, $A_2, \ldots, A_{2016}$ образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Можно ли описать окружность вокруг этого многоугольника?

▷ **5.** Пусть $\mathrm{P}(N)$ — произведение цифр натурального числа N. Сколько существует семерок последовательных четырехзначных натуральных чисел $(M, M+1, M+2, M+3, \ldots, M+6)$, в записи которых нет ни одного нуля таких, что $\mathrm{P}(M) + \mathrm{P}(M+1) + \cdots + \mathrm{P}(M+6) = 2016$.

▷ **6.** На отрезке [0,4] числовой оси расположены 63 различные точки a $k = \overline{1, 63}$. Докажите,что на этом отрезке найдется такая точка x, что имеет место неравенство

$$\frac{1}{|x - a_1|} + \frac{1}{|x - a_2|} + \cdots + \frac{1}{|x - a_{63}|} < 2016.$$

▷ **7.** Пусть

$$f_1(x) = f(x), f_k(x) = f[f_{k-1}(x)].$$

Существует ли функция $f(x)$, отличная от нуля, такая, что выполняется тождество

$$f_1() + f_2(x) + \cdots + f_{2015}(x) = f_{2016}(x).$$

▷ **8.** Через точку , лежащую внутри данного круга, провести хорду так, чтобы она разделилась в точке A в данном отношении $m : n$.

▷ **9.** Найдите все значения m, при которых уравнение

$$2 \sin x + m = \cos x + 2m \operatorname{tg} x$$

имеет два решения, таких,что $|x| < \frac{\pi}{2}$.

▷ **10.** Пусть [a]— целая часть числа (наибольшее целое число,не превосходящее), $\{a\}$— дробная часть числа , где $\{a\} = a - [a]$.Выяснить, сколько решений имеет система:

$$\begin{cases} ([|x|] + |y|)([|y-2|] + |x|)(|x^2 - 4| + |y-3|)(x^2 + y^2 - 2y - 15) = 0; \\ \{x\} + \{y\} = 1. \end{cases}$$