

6 класс. Решение задач.

▷ **1.** Числитель и знаменатель дроби — натуральные числа. Числитель увеличили на 1, а знаменатель на 10. Может ли при этом увеличиться дробь? Если да, то сколько существует таких несократимых дробей со знаменателем 2016.

Ответ : 58.

▷ **2.** Лимонадопровод последовательно проходит через города К, М и Ч в страну Лимонию. Коротышки, жители города К, несанкционированно забирают 10 % сладкого продукта, Малышки из города М - 20%, а Чебурашки из города Ч - 30 %. На сколько процентов производителю нужно увеличить производство, чтобы страна Лимония не испытывала недостатка в этом сладком, хотя и очень бесполезном продукте (завод работает только на экспорт в страну Лимонию).

Решение.

$V_0 = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot V_1$ — объем продукта, который получает страна после несанкционированных действий жителей трех городов, где V_1 — исходный объем.

$$V_1 = \frac{V_0}{0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7}; V_0 = \frac{500}{252} V_1 = 1 \frac{248}{252} V_1 = 1 \frac{62}{63} V_1;$$

Получаем, что на $\frac{62}{63} \cdot 100\% \approx 98,4\%$ нужно увеличить производство.

▷ **3.** Часы пробили полночь. Какой угол между часовой и минутной стрелкой будет через 2016 минут?

Решение.

$$2016 \text{ мин.} = 33 \text{ ч. } 36 \text{ мин.} = 24 \text{ ч.} + 9 \text{ ч.} + 36 \text{ мин.} = 24 \text{ ч.} + 9 \text{ ч.} + \frac{3}{5} \text{ ч.} = 24 \text{ ч.} + \frac{48}{5} \text{ ч.}$$

$$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \text{ — угол, который проходит часовая стрелка за час.}$$

$$\frac{48}{5} \cdot 30^\circ = 48^\circ \cdot 6 = 288^\circ \text{ — угол через } 9 \text{ ч. } 36 \text{ мин.}$$

$$\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ \text{ — угол между стрелками через } 1 \text{ минуту.}$$

$$36 \cdot 6^\circ = 216^\circ \text{ — угол между часовой и минутной стрелкой через } 36 \text{ мин.}$$

Искомый угол $\alpha = 288^\circ - 216^\circ = 72^\circ$.

Ответ: 72° .

▷ **4.** При каких n существует ровно 2016 отрезков, концы которых расположены в целых точках числовой прямой, принадлежащих отрезку $[0, n]$?

Решение.

$$n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 1 = \frac{1+n}{2} n = 32 \cdot 63, \text{ т.е. } n = 63.$$

Ответ : 63.

▷ **5.** Корова и лошадь съедают копну сена за 2 суток. Лошадь и овца съедают копну сена за 3 суток. Корова и овца съедают копну сена за 4 суток. Сколько сена надо приготовить на одни сутки для стада из 20 коров, 16 овец и 4 лошадей?

Решение.

Пусть V_1 — количество сена, которое съедает корова за сутки, V_2 — лошадь, а V_3 — овца.

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = \frac{1}{2}; \\ V_1 + V_3 = \frac{1}{4}; \\ V_2 + V_3 = \frac{1}{3}; \end{cases}$$

Получаем, что

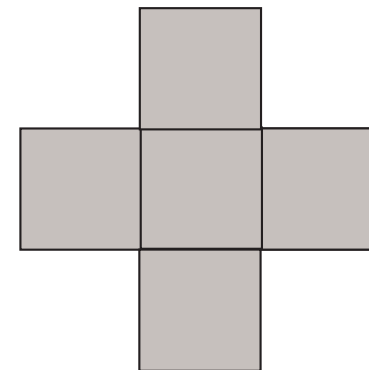
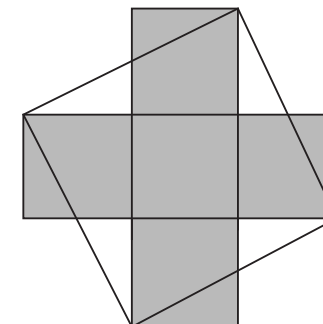
$$\begin{cases} V_2 = \frac{7}{24}; \\ V_3 = \frac{1}{24}; \\ V_1 = \frac{5}{24}; \end{cases}$$

В итоге,

$$26V_3 + 20V_1 + 4V_2 = \frac{16}{24} + \frac{100}{24} + \frac{28}{24} = \frac{144}{24} = 6$$

Ответ : 6.

▷ **6.** Крест составлен из пяти равных квадратов. Разрежьте его на такие части, из которых можно (без дыр и перекрытий) составить квадрат.

**Решение.**

▷ **7.** Расшифровать равенство

$$tg \times tg = ctg$$

Решение.

Ответ : $25 \times 25 = 625$.

▷ **8.** На интеллектуальной викторине было предложено несколько легких, средних и трудных вопросов. За правильный ответ на легкий вопрос участник получал 4 балла, на средний — 5 баллов, а на трудный — 6 баллов. За неправильный ответ на легкий вопрос у участника вычиталось 2 балла. На неправильный ответ на средний вопрос — 1 балл, а за неправильный ответ на трудный вопрос баллы не вычитались. Петя ответил правильно на 10 вопросов и получил на 30 баллов меньше, чем максимально возможное число баллов. Сколько всего вопросов было предложено на викторине?

Решение.

Пусть на викторине было x легких, y средних и z трудных вопросов. Пусть Петя ответил на a легких, b средних и c сложных вопросов. Тогда он неправильно ответил на $x - a$ легких вопросов и $y - b$ средних вопросов. Поэтому он получил $4a - 2(x - a) + 5b - (y - b) + 6c = 6(a + b + c) - 2x - y$ баллов. Согласно условию $6(a + b + c) - 2x - y = 4x + 5y + 6z - 30$ или $30 + 6 \cdot 10 = 6(x + y + z)$ или $x + y + z = 15$.

▷ **9.** Можно ли к числу 999 приписать справа еще четыре цифры так, чтобы полученное семизначное число стало квадратом целого числа?

Ответ : $9998244 = 3162^2$, $9997921 = 3161^2$

▷ **10.** На какое наименьшее число частей надо разрезать круглый торт, чтобы его можно было бы раздать поровну как троим, четверым, таки пятерым?

Решение.

10 кусков :

$$\frac{1}{5}; \frac{1}{5}; \frac{1}{5}; \frac{1}{12}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{20}; \frac{1}{20}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{30} = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = 1$$

1) $n = 5$

$$\frac{1}{5}; \frac{1}{5}; \frac{1}{5}; \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} = \frac{5 + 2 + 5}{60}; 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{5}.$$

2) $n = 4$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{12 + 3}{60} = \frac{1}{4};$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{5 + 5 + 3 + 2}{60} = \frac{1}{4};$$

3) $n = 3$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \frac{1}{3};$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{3}.$$