

9-10 класс

1. В остроугольном треугольнике $a+h_a=b+h_b$ (h_a и h_b – высоты, проведенные к сторонам a и b соответственно). Докажите, что этот треугольник – равнобедренный.
2. Окружность с центром внутри выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекает сторону AB в точках K и M , сторону BC в точках E и F , сторону CD в точках N и P , сторону DA в точках T и S . Известно, что сумма длин дуг KS и NF равна сумме длин дуг ME и TP . Докажите, что около исходного четырехугольника можно описать окружность.
3. В треугольнике ABC $\angle C=90^\circ$, $\angle A=70^\circ$. На отрезке AB взята точка M , а на продолжении AB за точку A – точка X . Прямая, проходящая через точку X под углом 25 градусов к прямой AB , пересекает стороны AC и BC в точках K и P соответственно. Найдите угол между прямыми CM и AB , если известно, что MK – биссектриса угла CMA , а MP – биссектриса угла CMB .

4. В треугольнике ABC CD и BE – биссектрисы углов C и B , P – середина отрезка DE . Докажите, что расстояние от точки P до стороны BC равно сумме расстояний до сторон AC и AB .

5. Все точки на сторонах и внутри прямоугольного равнобедренного треугольника с катетами 1 покрашены в один из четырёх цветов. Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми не меньше $2 - \sqrt{2}$