

9 класс

1. На складе находилось 25 белых стеклянных чашек и 35 черных фарфоровых. Каждая стеклянная чашка, падая, разбивается на 7 осколков, а каждая фарфоровая на 8 осколков. Сторож перекрасил несколько стеклянных чашек в черный цвет, а несколько фарфоровых - в белый, и случайно разбил все чашки. Могло ли белых осколков оказаться столько же, сколько и черных?
2. Запишите последовательность из 2012 чисел так, чтобы первый её член совпадал с количеством членов последовательности, равных нулю; второй член – с количеством членов последовательности, равных единице и т.д. Последний 2012-й член должен совпадать с количеством членов, равных числу 2011.
3. Три попарно различных числа a , b , c подобраны так, что прямые $y=ax+a^3$, $y=bx+b^3$, $y=cx+c^3$ имеют общую точку. Докажите, что $a+b+c=0$.
4. Во вписанном пятиугольнике одна из диагоналей каждого угла является биссектрисой угла между стороной и другой диагональю. Докажите, что в пятиугольнике, ограниченном диагоналями, есть четыре одинаковых угла.
5. У алхимика есть ровно 15 мер ртути и 10 мер серы. Он может проводить алхимические реакции трёх типов. Можно соединить одну меру ртути и одну меру любого другого вещества при низкой температуре, и тогда на выходе получится три меры этого вещества. Можно соединить меру серы и меру ртути при высокой температуре, и получится мера кислоты. Наконец, можно соединить меру серы и меру кислоты (при любой температуре), и получится мера ртути. Для приготовления меры философского зелья алхимику необходимо

взять 1 меру ртути, 2 меры серы и 3 меры кислоты. Какое наибольшее число мер философского зелья сможет приготовить алхимик?

6. На доске написано число 24. Петя и Вася играют в такую игру. Петя записывает на доску число, делящееся на 2, затем Вася выписывает число, делящееся на 3, затем Петя – число, делящееся на 4 и т.д. При этом новое число можно получить из предыдущего либо дописав одну цифру в конец, либо стерев последнюю цифру предыдущего числа, либо переставив цифры предыдущего числа (оставлять число без изменения нельзя). Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?