

10 класс

1. На складе находилось 25 белых стеклянных чашек и 35 черных фарфоровых. Каждая стеклянная чашка, падая, разбивается на 7 осколков, а каждая фарфоровая на 8 осколков. Сторож перекрасил несколько стеклянных чашек в черный цвет, а несколько фарфоровых - в белый, и случайно разбил все чашки. Могло ли белых осколков оказаться столько же, сколько и черных?
2. Запишите последовательность из 2012 чисел так, чтобы первый её член совпадал с количеством членов последовательности, равных нулю; второй член – с количеством членов последовательности, равных единице и т.д. Последний 2012-й член должен совпадать с количеством членов, равных числу 2011.
3. Прямая l касается некоторой окружности в точке A . P – точка, диаметрально противоположная точке A . Проведена ещё одна окружность, которая внешним образом касается первой окружности, касается прямой l , и лежит по ту же сторону от прямой l , что и первая окружность. Докажите, что длина отрезка касательной, проведённой из точки P к второй окружности, не зависит от радиуса второй окружности.
4. Десятиклассники Андрей, Борис, Вася и Гена написали по числу, причём разные школьники написали разные числа. Если перемножить любые два числа, которые записали разные школьники, то снова получится одно из записанных чисел. Одно из чисел равно 2012. Найдите остальные числа.
5. На доске написано число 2. Петя и Вася играют в такую игру. Петя записывает на доску число, делящееся на 2, затем Вася выписывает число, делящееся на 3, затем Петя – число, делящееся на 4 и т.д. При этом новое число можно получить из предыдущего либо дописав одну цифру в конец, либо стерев последнюю цифру предыдущего числа, либо переставив цифры предыдущего числа (оставлять число без изменения нельзя). Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?
6. У алхимика имеется 45 мер серы и 45 мер кислоты. Он может проводить алхимические реакции двух типов. Если он соединит меру серы и меру кислоты, получится мера ртути. А если соединит одну меру ртути и одну меру кислоты, то получится три меры кислоты. Для приготовления меры философского зелья алхимику необходимо взять 1 меру ртути, 2 меры серы и 3 меры кислоты. Какое наибольшее число мер философского зелья сможет приготовить алхимик?