

8 класс

1.Решение. $(30+30)+30=90$ (4 секунды), $(30+30)+30=90$ (4 секунды), $90+90=180$ (2 секунды), $40+40=80$ (2 секунды), $40+40=80$ (2 секунды), $80+80=160$ (2 секунды). После этого остаётся не более 18 секунд и следующий набор чисел: 180, 160, 320, 320, 320, 320,

320. Поступаем с ними так: $180+160+320+320=980$ (9 секунд) и $320+320+320=960$ (6 секунд). Наконец складываем 980 и 960 за 3 секунды и всё.

2. Ответ: Петя. **Решение.** Пусть S – длина одной трети пути, x – скорость Пети, а Вася каждую треть пути увеличивает свою скорость на a . Тогда Петя тратит на всё движение $3S/x$, а Вася

$S/(x-a) + S/x + S/(x+a)$. Фактически мы должны сравнить дробь $2/x$ с суммой $1/(x-a)+1/(x+a)$. Но $\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x} = \frac{a}{x(x-a)}$, $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} = \frac{a}{x(x+a)}$ и $\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x} > \frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} \Leftrightarrow \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x+a} > \frac{2}{x}$. Это

означает, что Петя придёт раньше.

3. Нет, нельзя. Пусть (x,y) – координаты точки, через которую проходят все три прямые.

Тогда имеем $ax+a^2=bx+b^2 \Leftrightarrow x(a-b)=-a(a-b) \Leftrightarrow$

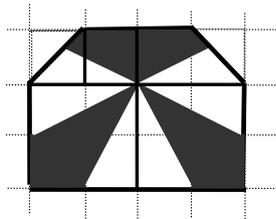
$x=-(a+b)$, поскольку числа a, b различные. Аналогично

$x=-(b+c)$ и $a=c$.

4. Ответ: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50. **Решение.** Из условия легко следует, что все числа делятся на первое. Значит и их сумма делится на первое, но 275 имеет только такие делители, отличные от 1, 5, 11, 25, 55. Но даже сумма первых десяти чисел, делящихся на 11, гораздо больше, чем 275. Значит первое число это 5. Весь набор может состоять только из первых десяти чисел, делящихся на 11, т.к. их сумма как раз 275, а сумма других десяти чисел, кратных 11, больше.

5. Ответ. Закрашенная больше. **Решение.** Разделим шестиугольник на четыре части: два квадрата и

Нетрудно



Площадь
Разделим

две прямоугольные трапеции (см. рисунок). доказать, что внутри квадратов площади закрашенной и незакрашенной частей равны. Рассмотрим теперь прямоугольные трапеции. каждой из них составляет полторы клетки. одну из этих трапеций на квадратик и треугольник (для второй – рассуждения аналогичны). Внутри квадратика закрашенная

часть занимает $\frac{3}{4}$ клетки, а значит, ровно половину от площади всей прямоугольной трапеции. Но мы при этом не учли закрашенную часть внутри треугольника. Таким образом, закрашенная часть шестиугольника имеет большую площадь.

6. Решение: выиграет Петя. Второе число он получает, дописав в конце 4. Теперь на доске записано 24. Далее, если Вася своим ходом превратил число А в число В, Петя снова превращает В в А. Это не противоречит правилам, поскольку число 24 делится на 4, 6, 8. Чтобы число Васи делилось на 9, он должен дописать 3. Затем Петя добавляет 0. После этого Вася должен превратить 2430 в число, делящееся на 11. Признак делимости на 11 показывает, что перестановкой цифр или зачёркиванием этого добиться невозможно. Но добавлением цифры этого тоже не сделаешь, поскольку число 24300 при делении на 11 даёт остаток 1, и прибавлением цифры остаток 0 не получается.