Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе ведомственных образовательных организаций в 2019-2020 учебном году
9 класс
Очный тур. Вариант 1.

Задача 1. (15 баллов). Два шара массами M и m (M>m), имеющих одинаковые объемы, связали невесомой и нерастяжимой нитью и опустили в сосуд с жидкостью. «Легкий» шар всплыл так, что в жидкости осталась лишь его η-я часть. «Тяжелый» шар, не касаясь дна, «повис» на вертикально ориентированной нити. Найти силу натяжения нити F, считая, что плотность жидкости неизменна от поверхности жидкости до дна сосуда.

Решение:

Запишем условия установившегося равновесия шаров в жидкости:

$$mg + F = \rho_0 Vg\eta.$$

$$Mg = F + \rho_0 Vg.$$

где ρ_0 – плотность жидкости, налитой в сосуд; V – объемы шаров.

Преобразуем написанные уравнения к виду:

$$mg + F = \rho_0 Vg\eta.$$

$$Mg - F = \rho_0 Vg.$$

Поделив верхнее уравнение на нижнее (убирая, при этом, неизвестную величину ρ_0), и проведя простые преобразования, получим ответ

Ответ: $F = \frac{g}{1+\eta}\,(M\eta - m)$

Задача 2. (15 баллов). В закрытом с обоих концов теплоизолированном горизонтально расположенном цилиндре есть тонкий теплопроводящий невесомый поршень, делящий цилиндр на две части, и могущий двигаться без трения. В одной части цилиндра находится молекулярный водород массы $m_в = 3$ г. В другой части цилиндра находится молекулярный кислород массы $m_к = 16$ г. Найти отношение объемов η ($\eta = V_в/V_к$), занимаемых газами. Молекулярные массы газов: $\mu_в = 2$ г/моль, $\mu_к = 32$ г/моль.

Решение:

Запишем уравнение состояния каждого газа в своей части цилиндра.

$$PV_в = \nu_в RT = \frac{m_в}{\mu_в}\,RT.$$

$$PV_к = \nu_к RT = \frac{m_к}{\mu_к}\,RT.$$

Поделив почленно первое уравнение на второе, получим, что искомое нами отношение определяется отношением числа молей данных газов.

Ответ: $\eta = \frac{V_в}{V_к} = \frac{\nu_в}{\nu_к} = \frac{m_в}{\mu_в}\frac{\mu_к}{m_к} = 3.$

Задача 3. (15 баллов). Какое количество теплоты Q нужно сообщить m = 2.0 кг льда, взятого при температуре$t^0_н = -10^0$C, чтобы лед расплавить ($t^0_{пл} = 0^0$C), а полученную воду нагреть до кипения ($t^0_{пр} = 100^0$C) и выпарить? Удельная теплоемкость льда $c_л = 2{,}10\ 10^3$ Дж/(кг К). Удельная теплоемкость воды $c_в = 4{,}19\ 10^3$ Дж/(кг К). Удельная теплота плавления льда $\lambda_л = 3{,}35\ 10^5$Дж/кг. Удельная теплота парообразования воды $r_в = 22{,}60\ 10^5$Дж/кг.

Решение:

Закон сохранения энергии для конкретной задачи запишем в следующем виде

$$Q = c_л m(T_{пл} - T_н) + \lambda_л m + c_в m(T_{пр} - T_{пл}) + r_в m.$$

Первое слагаемое в правой части – тепло, необходимое для нагревания льда от его начальной температуры до температуры его плавления.

Второе слагаемое в правой части – тепло, необходимое для плавления льда и превращения его в воду.

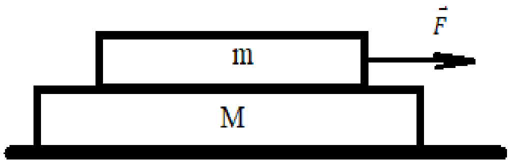
Третье слагаемое в правой части – тепло, необходимое для нагревания воды от ее начальной температуры до температуры ее кипения.

Четвертое слагаемое в правой части – тепло, необходимое для выпаривания воды и превращения ее в пар.

Подставляя численные данные, получим численный ответ

<u>Ответ:</u>$Q = c_л m(T_{пл} - T_н) + \lambda_л m + c_в m(T_{пр} - T_{пл}) + r_в m = 6$ МДж.

Задача 4. (25 баллов). На горизонтальной поверхности стола покоится доска массы M. На горизонтальной верхней поверхности этой доски покоится другая доска массы m. Коэффициент трения скольжения между досками равен μ. Коэффициент трения скольжения между нижней доской и столом равен нулю. К верхней доске приложили горизонтальную силу F (см. рис). Найти ускорения $a_н$ и $a_в$ нижней и верхней досок и силу трения $F_{тр.}$, возникающую между досками.



Решение:

Проанализируем все возможные случаи.

1. Приложенная к верхней доске сила равна нулю (F=0). Тогда:

$$a_н = a_в = 0.$$

Сила трения (сила трения покоя) тоже равна нулю

$$(F_{тр.} \equiv F_{тр.пок.} = 0).$$

2. Приложенная к верхней доске сила не равна нулю (F≠0) и тела движутся как единое целое.

В этом случае ускорения тел легко вычисляются и равны:

$$a_н = a_в = \frac{F}{M+m}.$$

Поскольку нижняя доска движется с только что найденным ускорением $a_н$ благодаря лишь силе трения (силе трения покоя, т.к. доски не движутся друг относительно друга), находим:

$$F_{тр.} \equiv F_{тр.пок.} = \frac{MF}{m+M}.$$

Однако, величина силы трения покоя всегда ограничена сверху величиной силы трения скольжения:

$$F_{тр.пок.} \leq F_{тр.ск.}$$

Подставляем в последнее неравенство выражения для соответствующих сил, найдем предельную силу F, при которой доски еще могут двигаться как единое целое:

$$\frac{MF}{m+M} \leq mg\mu,$$

или

$$F \leq \frac{mg\mu}{M}(M+m) = mg\mu(1+\frac{m}{M}).$$

Если внешняя сила F будет удовлетворять неравенству

$$F > mg\mu\left(1+\frac{m}{M}\right),$$

доски будут двигаться не как единое целое (одна относительно другой).

3. Приложенная к верхней доске сила не равна нулю (F≠0) но тела движутся не как единое целое. Напишем уравнения движения для каждой из досок:

$$ma_{\text{в}} = F - mg\mu,$$

$$Ma_{\text{н}} = mg\mu,$$

где $F_{\text{тр.ск.}} = mg\mu.$ – сила трения скольжения.

Запишем решения этих уравнений:

$$a_{\text{н}} = \frac{mg\mu}{M},$$

$$a_{\text{в}} = \frac{F - mg\mu}{m}, F \geq mg\mu.$$

Неравенство $F \geq mg\mu$ – это требование того, чтобы величина $a_{\text{в}}$ была неотрицательна.

Не трудно доказать, что неравенство $F \geq mg\mu$ заведомо выполнимо, т.к. выполняется неравенство $F > mg\mu\left(1+\frac{m}{M}\right)$.

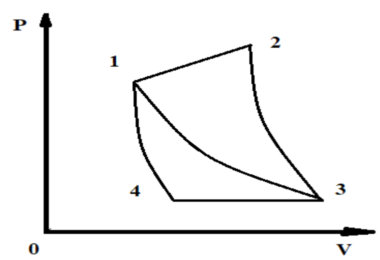
<u>Ответ:</u>

1. $a_{\text{н}} = a_{\text{в}} = 0$, $F_{\text{тр.}} \equiv F_{\text{тр.пок.}} = 0$, если F=0. Доски покоятся друг относительно друга и относительно стола.

2. $a_{\text{н}} = a_{\text{в}} = \frac{F}{M+m}$. $F_{\text{тр.}} \equiv F_{\text{тр.пок.}} = \frac{MF}{m+M}$, если $0 \leq F \leq mg\mu\left(1+\frac{m}{M}\right)$. Доски покоятся друг относительно друга, но как единое целое движутся относительно стола.

3. $a_{\text{н}} = \frac{mg\mu}{M}$, $a_{\text{в}} = \frac{F-mg\mu}{m}$, $F_{\text{тр.ск.}} = mg\mu$, если $F > mg\mu\left(1+\frac{m}{M}\right)$. Доски движутся и относительно друг друга , и относительно стола.

Задача 5. (30 баллов). КПД цикла (1⟼2⟼3⟼1), состоящего из процесса с линейной зависимостью давления от объема (1⟼2), адиабаты (2⟼3) и изотермы (3⟼1) равен η_1. КПД цикла (1⟼3⟼4⟼1), состоящего из изотермы (1⟼3), изобары (3⟼4) и адиабаты (4⟼1) равен η_2. Чему равен КПД η цикла (1⟼2⟼3⟼4⟼1)? Рабочим веществом тепловой машины является идеальный газ. Циклы показаны на рисунке.



Решение:

КПД цикла (1⟼2⟼3⟼1) по определению равен $\eta_1 = \frac{Q_{1,2} - Q_{3,1}}{Q_{1.2}}$.

КПД цикла (1⟼3⟼4⟼1) по определению равен $\eta_2 = \frac{Q_{1,3} - Q_{3,4}}{Q_{1.3}}$.

Здесь и далее $Q_{i,j} = Q_{j.i} \geq 0$.

КПД искомого цикла (1⟼2⟼3⟼4) по определению равен $\eta = \frac{Q_{1,2} - Q_{3,4}}{Q_{1.2}}$.

Преобразуем последнее выражение к ответу

$$\eta = \frac{Q_{1,2} - Q_{3,4}}{Q_{1.2}} = \frac{Q_{1,2} - Q_{3,1}}{Q_{1.2}} + \frac{Q_{3,1} - Q_{3,4}}{Q_{1.2}} = \eta_1 + \frac{Q_{3,1} - Q_{3,4}}{Q_{1.2}} = \eta_1 + \eta_2 - \eta_2 + \frac{Q_{3,1} - Q_{3,4}}{Q_{1.2}} =.$$

$$= \eta_1 + \eta_2 - \frac{Q_{1,3} - Q_{3,4}}{Q_{1.3}} + \frac{Q_{3,1} - Q_{3,4}}{Q_{1.2}} =$$

$$= \eta_1 + \eta_2 + (Q_{1,3} - Q_{3,4})\left(\frac{1}{Q_{1.2}} - \frac{1}{Q_{1.3}}\right) =$$

$$= \eta_1 + \eta_2 + (Q_{1,3} - Q_{3,4})\frac{Q_{1.3} - Q_{1.2}}{Q_{1.3}Q_{1.2}} =$$

$$= \eta_1 + \eta_2 - \frac{Q_{1.2} - Q_{3,1}}{Q_{1.2}}\,\frac{Q_{1,3} - Q_{3,4}}{Q_{1.3}} = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2.$$

<u>Ответ:</u> $\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$.