Решения задач для 9 класса 1 варианта.

Задача 1. (4 балла). В комнате с объемом V= 4 м^3 при температуре t = 20^{0}С относительная влажность воздуха B_1 = 20%. Какую массу воды m надо испарить, чтобы увеличить относительную влажность воздуха до B_2 = 50%?

Плотность насыщающих водяных паров при различных температурах			
Т, К^0	**$\rho_н$, 10^{-3} кг/м^3**	**Т, К^0**	**$\rho_н$, 10^{-3} кг/м^3**
288	**12,80**	**295**	**19,40**
289	**13,60**	**296**	**20,60**
290	**14,50**	**297**	**21,80**
291	**15,40**	**298**	**23,00**
292	**16,30**	**299**	**24,40**
293	**17,30**	**300**	**25,80**
294	**18,30**	**301**	**27,20**

Решение.

$m=m_2-m_1$, где m_2 и m_1 – массы водяного пара после и до испарения воды в комнате.

По определению абсолютная ρ и относительная B влажности воздуха при соответствующей температуре связаны соотношением

$$\rho = B\,\rho_{нас.},$$

где $\rho_{нас.}$- плотность насыщающего пара при той же температуре, которая находится из вышеприведенной таблицы «**Плотность насыщающих водяных паров при различных температурах**».

Для данной задачи $\rho_{нас.}$(t = 20^{0}С, Т=293^{0}К) = 17,30 10^{-3} кг/м^3.

Массы водяного пара в комнате с объемом V до и после испарения дополнительной массы воды равны соответственно

$$m_1 = \rho_1 V= B_1\, \rho_{нас.}V;\; m_2 = \rho_2 V= B_2\, \rho_{нас.}V.$$

Используя последние соотношения, получаем

$$m = m_2 - m_1 = B_2\, \rho_{нас.}V - B_1\, \rho_{нас.}V = (B_2 - B_1)\, \rho_{нас.}V =$$

$$=(0{,}5-0{,}2)\; 17{,}3\; 10^{-3}\; 4 = 207{,}6 \text{ г.}$$

Задача 2. (4 балла). Легкая соломинка массы m=1 г и длины L=4 см плавает на поверхности воды. По одну сторону от соломинки налили мыльный раствор. С каким ускорением w начнет двигаться соломинка? Сопротивлением воды движению соломинке пренебречь. Поверхностные натяжения воды и мыльного раствора равны соответственно $\sigma_в$= 7,4 10^{-2} Н/м и. $\sigma_{м.р.}$= 4 10^{-2} Н/м.

Решение.

Благодаря смачиванию на соломинку (в горизонтальном направлении, перпендикулярном оси соломинки) действуют нескомпенсированные силы:

$F_в = \sigma_в L$ - со стороны воды,

$F_{м.р.} = \sigma_{м.р.} L$ - со стороны мыльного раствора.

Применим 2-й закон Ньютона для описания динамики соломинки

$$m\,w = F_в - F_{м.р.} = \sigma_в L - \sigma_{м.р.} L.$$

Искомое ускорение соломинки

$$w = (\sigma_в - \sigma_{м.р.})\, L / m =$$
$$= (7.4 - 4.0)\, 10^{-2}\, 4\, 10^{-2} / 10^{-3} = 1.36 \text{ м/ } c^2 .$$

Задача 3. (3 балла). Если к висящей пружине подвесить груз массой m_1=0,1 кг, ее длина станет равной L_1=0,1 м. Если же к этой пружине подвесить груз массой m_2=0,2 кг, ее длина станет равной L_2=0,15 м. Найти длину недеформированной пружины L_0.

Решение.

Условия равновесия разных по массе тел, подвешенных поочередно к одной и той же пружине, имеют вид

$$m_1 g = (L_1 - L_0)\, k, \qquad m_2 g = (L_2 - L_0)\, k.$$

Разделив почленно два вышеприведенных выражения (убрав при этом неизвестную величину k) и решив полученное уравнение относительно L_0, получим

$$L_0 = \frac{m_2 L_1 - m_1 L_2}{m_2 - m_1} = \frac{0.2*0.1 - 0.1*0.15}{0.2 - 0.1} = 5 \text{ см.}$$

Задача 4. (4 балла). Тело, движущееся прямолинейно и равноускорено, проходит с момента начала движения два после довательных участка пути с длинами L и 3L за интервалы времени τ и 2τ соответственно. Найти начальную скорость тела v_0.

Решение.

Решим более общую задачу, когда тело проходит второй участок пути длиной nL за время μτ, где n и μ – безразмерные величины.

Для первого участка пути длиной L пишем хорошо известные кинематические соотношения

$$L = v_0\tau + \frac{w\tau^2}{2}$$
$$v(\tau) = v_0 + w\tau.$$

Здесь w – ускорение тела. v(τ) является конечной скоростью тела на первом участке пути длины L и начальной скоростью тела на втором участке пути длиной nL.

Для второго участка пути длиной μL пишем лишь одно кинематическое соотношение

$$nL = (v_0 + w\tau)\mu\tau + \frac{w(\mu\tau)^2}{2}$$

После преобразования последнего выражения имеем систему двух уравнений для определения начальной скорости v_0 и ускорения тела w (для всех четырех вариантов олимпиады)

$$L = v_0\tau + \frac{w\tau^2}{2}$$
$$nL = \mu\, v_0\tau + \frac{w\tau^2}{2}\,(2\mu + \mu^2)$$

Решая последнюю систему уравнений относительно ее неизвестных, находим

$$v_0 = \frac{L}{\tau}\frac{\mu^2 + 2\mu - n}{\mu(\mu+1)}$$
$$w = \frac{2L}{\tau^2}\frac{n-\mu}{\mu(\mu+1)}$$

Анализ решений задачи говорит о том, что при $\mu<n<\mu^2+2\mu$ (что выполняется во всех вариантах) движение тела будет действительно равноускоренным, а векторы начальной скорости и ускорения будут иметь одинаковое направление. Кроме того, при $n=\mu$ движение тела будет равномерным с постоянной скоростью

$$v_0 = \frac{L}{\tau}$$

и постоянным ускорением w = 0.

Задача 5. (5 баллов). Две лодки (массы M каждая) идут с одинаковой скоростью $\overrightarrow{v_0}$ одна за другой по стоячей воде. Из первой лодки во вторую перебрасывают груз массы m. Горизонтальная составляющая скорости груза относительно лодки в момент броска $\overrightarrow{u}$. Найти скорости лодок $\overrightarrow{v_1}$ и $\overrightarrow{v_2}$ после переброски груза. Векторы $\vec{u}$ и $\overrightarrow{v_0}$ коллинеарны.

Решение.

Опишем в инерциальной системе отсчета, связанной с берегом, акт выброса груза из первой лодки, применив закон сохранения импульса для системы тел «1-я лодка + груз»

$$(m+M)\overrightarrow{v_0} = m\vec{U} + M\overrightarrow{v_1} \qquad (1)$$

Здесь $\vec{U}$ – скорость выброшенного груза относительно берега.

$$\vec{U} = \vec{u} + \overrightarrow{v_1} \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), и решая полученное уравнение относительно $\overrightarrow{v_1}$, получим

$$\overrightarrow{v_1} = \overrightarrow{v_0} - \overrightarrow{u}\,\frac{m}{m+M} \qquad (3)$$

Опишем в инерциальной системе отсчета, связанной с берегом, акт падения груза во вторую лодку, применив закон сохранения импульса для системы тел «2-я лодка + груз»

$$M\overrightarrow{v_0} + m\vec{U} = (M+m)\overrightarrow{v_2} \qquad (4)$$

Подставляя в (4) (2) {а в (2) только что полученное (3)}, найдем

$$\overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{v_0} + \overrightarrow{u}\,\frac{mM}{(m+M)^2} \qquad (5)$$

Векторы $\overrightarrow{v_0}$ и $\overrightarrow{u}$ имеют противоположные направления (по существу условия задачи). Это означает, что величина скорости первой лодки после переброски груза увеличится, а величина скорости второй лодки после переброски груза уменьшится.