ОТВЕТЫ К ОЛИМПИАДЕ 9 – го КЛАССА- 2016г. Очный тур.

Вариант 1.

1. $\rho_{ш} = \rho_{рт}n + \rho_{м}(1-n)$

2.$\eta = \frac{R_c}{R_З} = \sqrt[3]{\frac{gT^2}{4\pi^2 R_З}} = 6{,}7$ раз

3. $L_{0.м} = \frac{\Delta L \alpha_c}{\alpha_м - \alpha_с} = 24$ см., $L_{0.с} = \frac{\Delta L \alpha_м}{\alpha_м - \alpha_с} = 34$ см.

4. $R_{ш} = \frac{R_г}{n-1} = \frac{R_г}{\frac{I}{I_г}-1} \approx \frac{R_г I_г}{I} = 0{,}12$мОм

5.$h_{макс.} = \frac{v_0^2}{2g\cos\alpha}$

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЛЯ 9 КЛАССА 1 ВАРИАНТА (2016 г.).

Задача 1. В сосуд налита ртуть плотности $\rho_{рт.}$ Поверх ртути налито масло плотности $\rho_{м.}$ Жидкости не перемешиваются. Определить плотность материала шара $\rho_{ш}$., плавающего так, что n-я часть его объема находится в ртути, а остальная часть шара полностью находится в слое масла.

Решение. Запишем условие плавания (равновесия) тела на границе двух не перемешивающихся жидкостей (сила тяжести шара уравновешивается силой Архимеда):

$$\rho_{ш} V g = \rho_{рт} n V g + \rho_{м}(1-n) V g.$$

Сокращая Vg, получим искомый ответ.

Ответ: $\rho_{ш} = \rho_{рт} n + \rho_{м}(1-n)$.

Задача 2. Искусственный спутник Земли запущен в плоскости экватора так, что он неподвижен относительно земных наблюдателей. Во сколько раз η радиус орбиты спутника R_c больше радиуса Земли $R_З$? $R_З$=6400 км.

Решение. Движение спутника в околоземном пространстве описывается уравнением

$$m\omega^2 R_c = \gamma m M_З / R_c^2, \tag{1}$$

где m-масса спутника, ω-частота его вращения (совпадающая с частотой суточного вращения Земли $\omega_З=2\pi/T$. T=24 часа.), γ-гравитационная постоянная, $M_З$-масса Земли.

Сокращая m в выражении (1), получим

$$\omega^2 = \gamma \frac{M_З}{R_c^3}. \tag{2}$$

Из очевидного равенства $mg = \gamma \frac{mM_З}{R_З^2}$ получим $\gamma M_З = gR_З^2$, и подставим получившееся соотношение в числитель выражения (2):

$$\omega^2 = g \frac{R_З^2}{R_c^3}. \tag{3}$$

Подставив в (3) $\omega_З=2\pi/T$, и решив полученное уравнение относительно η, ответим на вопрос задачи.

Ответ: $\eta = \frac{R_c}{R_З} = \sqrt[3]{\frac{gT^2}{4\pi^2 R_З}} = 6{,}7$ раз.

Задача 3. Какие длины $L_{0ст.}$ и $L_{0м.}$ при температуре $t_0=0^0C$ должны иметь стальной и медный стержни, чтобы при нагревании их до любой температуры разность длин стержней составляла ΔL=10 см? Коэффициенты линейного расширения стали и меди равны соответственно: $\alpha_{ст.}=1{,}2\ 10^{-5}$ град$^{-1}$, $\alpha_{м.}=1{,}7\ 10^{-5}$ град$^{-1}$.

Решение. Длина каждого из стержней при температуре t будет определяться выражениями

$$L_{с} = L_{0.c}(1 + \alpha_c t). \qquad .(1)$$

$$L_{м} = L_{0.м}(1 + \alpha_c t). \qquad .(2)$$

Вычитая из (1) (2), получим:

$$L_c - L_{м} = L_{o.c} - L_{0.м} = L_{0.c}\alpha_c - L_{0.м}\alpha_{м}. \qquad (3)$$

С учетом условия задачи

$$L_{o.c} - L_{0.м} = L_c - L_{м} = \Delta L. \qquad (4)$$

выражение (3) примет вид:

$$L_{0.c}\alpha_c - L_{0.м}\alpha_{м}. = 0 \qquad (5)$$

Решая систему уравнений (4) и (5), ответим на вопрос задачи.

Ответ: $L_{0.м} = \frac{\Delta L\alpha_c}{\alpha_{м}-\alpha_{с}} = 24$ см., $L_{0.с} = \frac{\Delta L\alpha_{м}}{\alpha_{м}-\alpha_{с}} = 34$ см.,

Задача 4. Внутреннее сопротивление гальванометра равно $R_г$=30,0 Ом. Сила тока, отвечающая полному отклонению стрелки гальванометра, равна $I_г$=60,0 мкА. Что надо сделать, чтобы превратить гальванометр в амперметр, измеряющий токи с силой до I=15.0 А?

Решение. Для того, чтобы гальванометр можно было использовать как амперметр, его надо шунтировать, т.е. замкнуть его клеммы сопротивлением $R_ш$. Расчет величины $R_ш$. есть в каждом учебнике элементарной физики. Приводим его без вывода:

$$R_ш = \frac{R_г}{n-1}.$$

Здесь $n=I/I_г$.

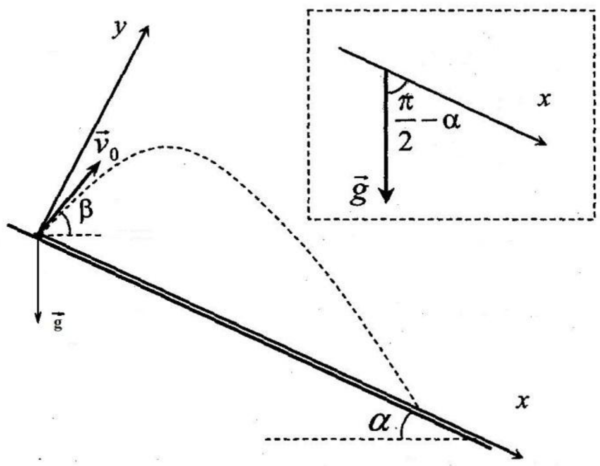
Ответ:

$$R_ш = \frac{R_г}{n-1} = \frac{R_г}{\frac{I}{I_г} - 1} \approx \frac{R_г I_г}{I} = 0{,}12 мОм.$$

В аналитической формуле ответа учтено, что $I \gg I_г$.

Задача 5. Тело, находящееся на наклонной плоскости с углом наклона α, бросили вниз, (с горы) под углом β к горизонту с начальной скоростью v_o. Найти наибольшее расстояние h между телом и плоскостью в процессе полета тела. При каком значении угла β^* это расстояние h будет максимальным? Найти это максимально возможное расстояние $h_{макс.}$ между телом и плоскостью в процессе полета тела.

Решение. Выберем оси координат следующим образом. Ось Ох направим вниз вдоль наклонной плоскости. Ось Оу направим вверх, перпендикулярно оси Ох и, следовательно, перпендикулярно поверхности наклонной плоскости



. После этого записываем как изменяются со временем координаты тела x(t), y(t) и проекции скоростей тела на оси Ох и Оу $v_x(t)$ $v_y(t)$.

$$x(t) = v_o \cos(\alpha+\beta)\, t + \frac{g sin\alpha\, t^2}{2}. \quad (1)$$

$$y(t) = v_o \sin(\alpha+\beta)\, t - \frac{g cos\alpha\, t^2}{2}. \quad (2)$$

$$v_x(t) = v_o \cos(\alpha+\beta) + g sin\alpha\, t. \quad (3)$$

$$v_y(t) = v_o \sin(\alpha+\beta) - g cos\alpha\, t. \quad (4)$$

Приравнивая нулю выражение (4), найдем время $\tau_{под}$ подъема тела на максимальное относительно наклонной плоскости расстояние

$$\tau_{под} = \frac{v_0 \sin(\alpha+\beta)}{g\, cos\alpha} \quad (5)$$

Подставляя (5) в (2), получим наибольшее расстояние h между телом и плоскостью в процессе полета тела.

$$h = y(\tau_{под}) = \frac{v_0^2 sin^2(\alpha+\beta)}{2g\, cos\alpha}. \quad (6)$$

Из последнего выражения следует, что высота подъема тела над наклонной плоскостью (как функция угла β) будет максимальна ($h_{макс.}$), если (α+β)=π/2.

Следовательно, если $\beta^*=\pi/2-\alpha$,

$$h_{макс.} = \frac{v_0^2}{2g cos\,\alpha}$$

Мы использовали при решении задачи не все уравнения 1-4. Они потребуются для решения 5-й задачи других вариантов олимпиады.