Критерии определения победителей и призеров

10 класс

за I место – от 18 до 22 баллов (семь задач);

за II место – от 13 до 17 баллов (пять и шесть задач);

за III место – от 8 до 12 баллов (четыре задачи).

Решения задач 10 класс.

Задача 1

Чему равно отношение скоростей звука в воздухе летом при температуре 25°С и зимой при температуре -15°С?

Ответ: отношение скоростей равно $\sqrt{\frac{T_1}{T_3}} = 1.075$

Решение

Так как воздух в обычных условиях очень близок по свойствам к идеальному газу, то скорость звука в нём по порядку величины совпадает со средней скоростью теплового движения молекул, которая пропорциональна $\sqrt{T}$. Поэтому отношение скоростей равно

$$\sqrt{\frac{T_1}{T_3}} = 1.075$$

Задача 2

По горизонтальной дороге едет автомобиль со скоростью 72 км/ч. Чему равно ускорение тех точек колеса, которые в данный момент касаются дороги? Диаметр колеса равен 80 см. Куда направлен вектор ускорения?

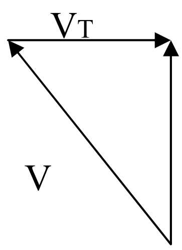
Ответ: $a = \frac{2V^2}{D} = 1000\frac{м}{с^2}$

Решение

Перейдём в систему отсчета, связанную с автомобилем. В этой системе колесо вращается равномерно и скорости всех точке внешней поверхности покрышки совпадают со скоростью автомобиля относительно земли, иначе будет проскальзывание. Соответсвенно, ускорение всех этих точек одинаково по величине $a = \frac{V^2}{R} = \frac{2V^2}{D} = 1000\frac{м}{с^2}$. Направлен вектор ускорения к оси колеса, т.е.для точки касания он направлен вертикально вверх.

Задача 3

Скорость катера в неподвижной воде озера равна V. Плывя строго перпендикулярно берегам, он пересекает реку за время t_1. Чему равна скорость течения V_T, если на переправу в отсутствие течения он потратил бы время t_2 ($t_2 < t_1$)?



Ответ: $V_t = V\frac{\sqrt{t_1^2 - t_2^2}}{t_1}$

Решение

Ширина реки $l = Vt_2$, что очевидно из условий задачи. Скорость катера относительно земли $\vec{U}$ при наличии течения равна $\sqrt{V^2 - V_T^2}$, что ясно из рисунка. Следовательно, $l = \sqrt{V^2 - V_T^2}$ $l = \sqrt{V^2 - V_t^2}\,t_1$. Приравнивая эти два выражения для l друг другу, легко получим $V_t = V\frac{\sqrt{t_1^2 - t_2^2}}{t_1}$.

Задача 4

Для нагревания некоторой порции идеального газа на ΔT при постоянном объеме потребовалось количество тепла Q_1, а нагрев той же порции при постоянном давлении на ΔT потребовал большего количества тепла Q_2. Сколько молей содержит газ?

Ответ: $\nu = \frac{Q_2 - Q_1}{R\Delta T}$.

Решение

Разница в количестве теплоты, необходимой для нагревания газа в изобарных и изохорных условиях $Q_2 - Q_1 = A$ - работа, совершаемая газом при ***p=const***. $A = p\Delta V = \nu R\Delta T$. Отсюда получаем $\nu = \frac{Q_2 - Q_1}{R\Delta T}$

Задача 5

Под каким углом надо бросить в море камень с прибрежной скалы высотой H, чтобы он упал на максимальном расстоянии от берега? Начальная скорость камня V_0.

Ответ: $tg\alpha_{onm} = \frac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gH}}$

Решение

Обозначим через S расстояние от места падения тела в воду до берега. Воспользовавшись легко получаемыми уравнениями траектории брошенного под углом α к горизонту тела, свяжем S с остальными параметрами задачи: $H + Stg\alpha - \frac{gS}{V_0^2\cos^2\alpha} = 0$ (1). Удобнее всего находить оптимальный угол бросания, обеспечивающий максимальную дальность S_{max}, рассуждая следующим образом. Задаём произвольное S и находим угол α, решая (1), для чего удобно воспользоваться формулой $\frac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2\alpha + 1$. Соотсветсвенно (1) становится квадратным уравнением относительно $tg\alpha$. Очевидно, что при $S = S_{max}$ решением должно быть единственным, что приводит к условию зануления дискриминанта соответствующего уравнения. Решая затем уравнение (1) получим $tg\alpha_{onm} = \frac{V_0}{\sqrt{V_0^2 + 2gH}}$.

Задача 6

Сколько тепла выделится при абсолютно неупругом столкновении двух тел, двигавшихся с одинаковыми по величине скоростями V строго навстречу друг другу? Масса одного тела – m, второго – 2m.

Ответ: $Q = \frac{4}{3}mV^2$.

Решение

Запишем закон сохранения импульса для нашей ситуации: $2mV - mV = 3mU$. Где U — скорость «составного» тела, возникшего при абсолютно неупрогом ударе. Соответсвенно $U = \frac{V}{3}$. Количество выделившегося тепла (точнее было бы сказать — приращение внутренней энергии тел) получим с помощью закона сохранения энергии: $Q = E_{кин}^{нач} - E_{кин}^{кон} = \frac{mV^2}{2} + \frac{mV^2}{2} - \frac{1}{3}3mU^2 = \frac{4}{3}mV^2$.

Задача 7

Клин (призма) массы M стоит в углу комнаты. По нему скользит брусок массы m. С какими силами давит клин на пол и стенку, если трением всюду можно пренебречь? Угол наклона поверхности клина с горизонтом α.

Ответ: $P_{гор} = \frac{1}{2}mg\sin 2\alpha$, $P_{верт} = Mg + mg\cos^2\alpha$.

Решение

Сила давления клина на призму $N = mg\cos\alpha$, что легко получается с помощью второго закона Ньютона для бруска. Она направлена перпендикулярно поверхности клина и составляет с вертикалью угол α. Соответсвенно, её горизонтальная проекция $N_{гор} = N\sin\alpha = mg\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}mg\sin 2\alpha$ и будет совпадать с силой давления клина на стенку. Вертикальная же составляющая в сумме с силой тяжести клина Mg обусловит силу давления на пол, равную $P_{верт} = Mg + mg\cos^2\alpha$.