

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

9 КЛАСС

1. В одной из клеток бесконечной клетчатой бумаги находится робот, которому могут быть отданы следующие команды:

- **вверх** (робот перемещается на соседнюю клетку сверху);
- **вниз** (робот перемещается на соседнюю клетку снизу);
- **влево** (робот перемещается на соседнюю клетку слева);
- **вправо** (робот перемещается на соседнюю клетку справа).

Если, например, робот выполнит последовательность из четырех команд (**вверх, вправо, вниз, влево**), то он, очевидно, вернется в исходное положение, т.е. окажется в той же клетке, из которой начал движение. Сколько существует всего различных последовательностей из 4 команд, возвращающих робота в исходное положение?

2. Действительные числа x, y, z удовлетворяют соотношениям:

$$4x^2 - 2x - 30yz = 25y^2 + 5y + 12xz = 9z^2 - 3z - 20xy.$$

Найдите максимум суммы $a + b + c$, где $a = 2x + 5y, b = 3z + 5y, c = 3z - 2x$.

3. Найдите значение $f(2019)$, если известно, что $f(x)$ одновременно удовлетворяет трем условиям:

- 1) $f(x) > 0$ для любого $x > 0$;
- 2) $f(1) = 1$;
- 3) $f(a + b) \cdot (f(a) + f(b)) = 2f(a) \cdot f(b) + a^2 + b^2$ для любых $a, b \in \mathbb{R}$.

4. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Известно, что $S_{ABO} = S_{CDO} = \frac{3}{2}$, $BC = 3\sqrt{2}$, $\cos \angle ADC = \frac{3}{\sqrt{10}}$. Найдите наименьшую площадь, которую будет иметь такой четырехугольник.

5. Найдите сумму всех простых чисел, десятичная запись которых имеет вид $101010 \dots 01$.

6. Известно, что длины сторон выпуклого четырехугольника равны соответственно $a = 4, b = 5, c = 6, d = 7$. Найдите радиус R окружности, описанной вокруг этого четырехугольника. В качестве ответа привести целую часть R