

11 КЛАСС

1. Найдите значение  $f(2019)$ , если известно, что  $f(x)$  одновременно удовлетворяет трем условиям:

- 1)  $f(x) > 0$  для любого  $x > 0$ ;
- 2)  $f(1) = 1$ ;
- 3)  $f(a + b) \cdot (f(a) + f(b)) = 2f(a) \cdot f(b) + a^2 + b^2$  для любых  $a, b \in \mathbb{R}$ .

2. Найдите сумму всех простых чисел, запись которых в системе счисления с основанием 14 имеет вид  $101010 \dots 101$  (единицы и нули чередуются).

3. В одной из клеток бесконечной клетчатой бумаги находится робот, которому могут быть отданы следующие команды:

- **вверх** (робот перемещается на соседнюю клетку сверху);
- **вниз** (робот перемещается на соседнюю клетку снизу);
- **влево** (робот перемещается на соседнюю клетку слева);
- **вправо** (робот перемещается на соседнюю клетку справа).

Если, например, робот выполнит последовательность из четырех команд (**вверх**, **вправо**, **вниз**, **влево**), то он, очевидно, вернется в исходное положение, т.е. окажется в той же клетке, из которой начал движение. Сколько существует различных последовательностей из 8 команд, возвращающих робота в исходное положение?

4. В четырехугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $S_{ABO} = S_{CDO} = \frac{3}{2}$ ,  $BC = 3\sqrt{2}$ ,  $\cos \angle ADC = \frac{3}{\sqrt{10}}$ . Найдите наименьшую площадь, которую будет иметь такой четырехугольник.

5. Обыкновенная дробь  $\frac{1}{221}$  представлена в виде периодической десятичной дроби. Найдите длину периода. (Например, длина периода дроби  $\frac{25687}{99900} = 0,25712712712 \dots = 0,25(712)$  равна 3.)

6. Известно, что длины сторон выпуклого четырехугольника равны соответственно  $a = 4, b = 5, c = 6, d = 7$ . Найти радиус  $R$  окружности, описанной вокруг этого четырехугольника. В качестве ответа привести целую часть  $R^2$ .