

11 КЛАСС

1. Решите неравенство $2^{\log_2^2 x} - 12 \cdot x^{\log_{0,5} x} < 3 - \log_{3-x}(x^2 - 6x + 9)$.

2. Решите уравнение $\sqrt{\frac{2t}{1+t^2}} + \sqrt[3]{\frac{1-t^2}{1+t^2}} = 1$.

3. Рассмотрим всевозможные 100-значные натуральные числа, в десятичной записи которых встречаются только цифры 1 и 2. Сколько среди них делятся на 3 нацело?

4. Решите уравнение $2^x + 2^y = 6^t$ в целых числах.

5. Восемь чисел a_1, a_2, a_3, a_4 и b_1, b_2, b_3, b_4 удовлетворяют соотношениям

$$\begin{cases} a_1 b_1 + a_2 b_3 = 1 \\ a_1 b_2 + a_2 b_4 = 0 \\ a_3 b_1 + a_4 b_3 = 0 \\ a_3 b_2 + a_4 b_4 = 1. \end{cases}$$

Известно, что $a_2 b_3 = 7$. Найдите $a_4 b_4$.

6. Основанием пирамиды $TABCD$ является трапеция $ABCD$ ($BC \parallel AD$). Расстояния от точек A и B до плоскости TCD равны r_1 и r_2 соответственно. Площадь треугольника TCD равна S . Найдите объем пирамиды $TABCD$.

7. Дан треугольник ABC . На стороне AC выбирают точку Q таким образом, чтобы длина отрезка MK , где M и K – основания перпендикуляров, опущенных из точки Q на стороны AB и BC соответственно, оказалась минимальной. При этом $QM = 1$, $QK = \sqrt{2}$, $\angle B = 45^\circ$. Найдите площадь треугольника ABC .

8. Найдите все неотрицательные целые числа a и b , удовлетворяющие равенству $a^2 + b^2 = 841 \cdot (ab + 1)$.