

10 КЛАСС

1. Действительные числа x, y, z удовлетворяют соотношениям:

$$4x^2 - 2x - 30yz = 25y^2 + 5y + 12xz = 9z^2 - 3z - 20xy.$$

Найдите максимум суммы $a + b + c$, где $a = 2x + 5y, b = 3z + 5y, c = 3z - 2x$.

2. Найдите значение $f(2019)$, если известно, что $f(x)$ одновременно удовлетворяет трем условиям:

1) $f(x) > 0$ для любого $x > 0$;

2) $f(1) = 1$;

3) $f(a + b) \cdot (f(a) + f(b)) = 2f(a) \cdot f(b) + a^2 + b^2$ для любых $a, b \in \mathbb{R}$.

3. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Известно, что $S_{ABO} = S_{CDO} = \frac{3}{2}$, $BC = 3\sqrt{2}$, $\cos \angle ADC = \frac{3}{\sqrt{10}}$. Найдите наименьшую площадь, которую будет иметь такой четырехугольник.

4. Найдите все простые числа, десятичная запись которых имеет вид $101010 \dots 101$ (единицы и нули чередуются).

5. Обыкновенная дробь $\frac{1}{221}$ представлена в виде периодической десятичной дроби. Найдите длину периода. (Например, длина периода дроби $\frac{25687}{99900} = 0,25712712712 \dots = 0,25(712)$ равна 3.)

6. Известно, что длины сторон выпуклого четырехугольника равны соответственно $a = 4, b = 5, c = 6, d = 7$. Найти радиус R окружности, описанной вокруг этого четырехугольника. В качестве ответа привести целую часть R^2 .