Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений

ОТБОРОЧНЫЙ ТУР

9 КЛАСС

1. Некоторая функция f удовлетворяет свойству: $\forall x>0 \quad 2f(x)+f(1/x)=1$. Найдите $3\cdot f(20152016)$.

Ответ: 1.

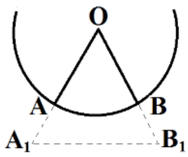
2. Школьник вычислил произведение всех натуральных чисел от 1 до 53 включительно и записал в тетрадь ответ:

42748832840600255642980137533893996496903437883668137246x2000000000000.

Но одну цифру (она отмечена символом x) он написал неразборчиво. Найдите эту цифру.

Ответ: 7.

3. Дан круговой сектор AOB. Угол AOB равен 60^0. Длины радиусов OA и OB увеличили на 4%, в результате они превратились в отрезки OA_1 и OB_1. Найдите отношение длины отрезка A_1B_1 к длине дуги AB. В качестве ответа укажите получившееся отношение, умноженное на π. (Длина окружности радиуса R равна $2\pi R$). (Ответ дайте в виде десятичной дроби, например, 14.7)



Ответ: 3.12.

4. Уравнения $x^4+2x^3-2x^2-3x-4=0$ и $x^4+3x^3-6x-8=0$ имеют два общих корня. Найдите их сумму.

Ответ: -1.

5. Сколько существует пар натуральных чисел (a,b), $1\le a\le 10, 1\le b\le 10, a>b$, для которых число $a^{2015}-b^{2015}$ делится нацело на число $a+b$?

Ответ: 3.

6. Числа a,b удовлетворяют равенствам $a^3+3a^2+6a=-7$ и $b^3+3b^2+6b=-1$. Найдите $a+b$.

Ответ: -2.