

Межрегиональная олимпиада школьников на базе ведомственных образовательных учреждений

11 КЛАСС

1. Уравнения $x^5 - 3x^3 + 2x^2 + x^4 - 3x - 4 = 0$ и $x^5 - 2x^3 + 4x^2 + x^4 - 6x - 8 = 0$ имеют два общих корня. Найдите их сумму.

Ответ: -1 .

2. Найдите наименьшее натуральное n такое, что $n > 2015$ и $[\sqrt{9n+5}] \neq [\sqrt{9n+7}]$. Здесь скобки $[]$ обозначают целую часть числа. (Напомним, что целой частью числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $[3,7]=3$.)

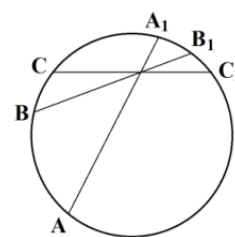
Ответ: 2146.

3. Найдите значение выражения $a^4 + b^4 + c^4$, если известно, что числа a, b, c удовлетворяют

$$\text{соотношениям: } \begin{cases} a + b + c = 4 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 8 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 19. \end{cases}$$

Ответ: 48.

4. В окружности три хорды AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке. Угловые меры дуг AC_1, AB, BC, A_1B_1 равны соответственно $150^\circ, 30^\circ, 30^\circ, 30^\circ$. Найдите угловую меру дуги B_1C_1 . Ответ укажите в градусах.



Ответ: 60.

5. Пусть $f(x) = x^3 - x + 12$. Найдите все возможные натуральные числа, которые могут быть общими делителями чисел m и $f(m)$, где m – натуральное число (например, у чисел 4 и 6 общие делители – 1 и 2). В ответе укажите их сумму.

Ответ: 28.

6. На листе выписаны подряд 1000 чисел: 1,2,3,4, ..., 999, 1000. В этом ряду вычеркнули числа через одну, начиная с первой (то есть, вычеркнули: 1,3,5, ..., 999). С оставшимися числами 2,4,6, ..., 1000 проделали такое же действие – вычеркнули числа через одну, начиная с первой. Далее повторили такую процедуру сколько возможно. Какое число вычеркнуто последним?

Ответ: 512.