11 класс

Вариант 1

1. **(2 балла)** В луже живут амебы трех видов: красные, синие и желтые. Время от времени любые две амебы разных видов могут слиться в одну амебу третьего вида. Известно, что утром в луже было 26 красных, 31 синяя и 16 желтых амеб, а вечером осталась одна амеба. Какого она цвета?

2. **(3 балла)** Решите уравнение:

$$\left[\frac{5+6x}{8}\right]=\frac{15x-7}{5},$$

где символом $[a]$ обозначена целая часть числа a.

3. **(3 балла)** Решите уравнение вида $f(f(x))=x$, если известно, что $f(x)=x^2-4x-5$.

4. **(4 балла)** Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}\log_2(y-x)=\log_8(9y-15x)\\ x^2+y^2=15\end{cases}.$$

5. **(5 баллов)** Стороны параллелограмма равны 2 и 3, а угол между ними – $\arccos\frac{5}{16}$. Две взаимно перпендикулярные прямые делят этот параллелограмм на четыре равновеликих четырехугольника. Найдите длины отрезков, на которые эти прямые делят стороны параллелограмма.

6. **(5 баллов)** Пусть a_n – первая (старшая) цифра в десятичном разложении n^2 при $n=1,2,3,\ldots$ ($a_1=1,\ a_2=4,\ a_3=9,\ a_4=1,\ a_5=2,\ldots$). Докажите, что последовательность $\{a_n\}$ не является периодической.

Вариант 2

1. **(2 балла)** В луже живут амебы трех видов: красные, синие и желтые. Время от времени любые две амебы разных видов могут слиться в одну амебу третьего вида. Известно, что утром в луже было 47 красных, 40 синих и 53 желтых амеб, а вечером осталась одна амеба. Какого она цвета?

2. **(3 балла)** Решите уравнение:

$$\left[\frac{9x-4}{6}\right]=\frac{12x+7}{4},$$

где символом $[a]$ обозначена целая часть числа a.

3. **(3 балла)** Решите уравнение вида $f\left(f(x)\right)=x$, если известно, что $f(x)=x^2+2x-4$.

4. **(4 балла)** Решите систему уравнений:

$$\begin{cases}\log_2(y-x)=\log_8(19y-13x)\\ x^2+y^2=13\end{cases}.$$

5. **(5 баллов)** Стороны параллелограмма равны 5 и 13, а угол между ними – $\arccos\frac{6}{13}$. Две взаимно перпендикулярные прямые делят этот параллелограмм на четыре равновеликих четырехугольника. Найдите длины отрезков, на которые эти прямые делят стороны параллелограмма.

6. **(5 баллов)** Пусть a_n – первая (старшая) цифра в десятичном разложении $\left[\sqrt{n}\right]$ при $n=1,2,3,\ldots$ ($a_1=1,\ a_2=1,\ a_3=1,\ a_4=2,\ a_5=2,\ldots$). Докажите, что последовательность $\{a_n\}$ не является периодической.