

9 класс

Вариант 1

1. (2 балла) Квадрат 100 на 100 разбит двумя горизонтальными и двумя вертикальными прямыми на 9 прямоугольников. Стороны центрального прямоугольника равны 35 и 40. Найти суммарную площадь четырех угловых прямоугольников.

2. (3 балла) Решить уравнение $x^2 + \frac{9x^2}{|x+3|^2} = 7$.

3. (3 балла) Можно ли разрезать выпуклый 17-угольник на 14 треугольников? Ответ обосновать.

4. (4 балла) К Андрею на дачу должен приехать друг, чтобы помочь ему выкопать картошку. Чтобы встретить друга Андрей выехал с дачи на машине так, чтобы приехать на станцию к электричке, прибывающей в 13.00. По пути он встретил друга, идущего к даче пешком, поскольку он приехал на электричке, прибывшей на час раньше, и решил сам идти к даче. В результате друзья приехали на дачу на 30 мин раньше. Определить время встречи Андрея с другом.

5. (4 балла) Пусть две последовательности чисел $(x_0, x_1, \dots, x_{2010})$, $(y_0, y_1, \dots, y_{2010})$ составлены по следующим правилам:

а) $x_0 = 3$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $y_0 = 1$, $y_1 = \frac{1}{6}$,

б) $x_{i+1} = x_{i-1} + 5x_i$ и $y_{i+1} = y_{i-1} - 5y_i$ для $i = 1, \dots, 2009$.

Вычислить величину $x_{2010}y_{2009} + x_{2009}y_{2010}$.

6. (5 баллов) Найти все решения системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{x^3}{y^2} + \frac{y}{x} = 5 \\ \frac{8y}{x^2} - \frac{x}{y} = 1 \end{cases}.$$

Вариант 2

1. (2 балла) Квадрат 90 на 90 разбит двумя горизонтальными и двумя вертикальными прямыми на 9 прямоугольников. Стороны центрального прямоугольника равны 34 и 42. Найти суммарную площадь четырех угловых прямоугольников.

2. (3 балла) Решить уравнение $4x^2 + \frac{16x^2}{|x+2|^2} = 9$.

3. (3 балла) Можно ли разрезать выпуклый 19-угольник на 16 треугольников? Ответ обосновать.

4. (4 балла) Олег обычно прибывает в командировку на 11-часовом поезде. К этому поезду на вокзал прибывает машина. На этот раз поезд пришел на час раньше, и Олег пошел навстречу машине пешком. Встретив машину по пути, он сел в нее, и в результате приехал на 10 минут раньше запланированного. Определить время встречи Олега с машиной.

5. (4 балла) Пусть две последовательности чисел $(x_0, x_1, \dots, x_{2009})$, $(y_0, y_1, \dots, y_{2009})$ составлены по следующим правилам:

а) $x_0 = 12$, $x_1 = \frac{1}{3}$, $y_0 = 4$, $y_1 = \frac{1}{18}$,

б) $x_{i+1} = x_{i-1} + 4x_i$ и $y_{i+1} = y_{i-1} - 4y_i$ для $i = 1, \dots, 2008$.

Вычислить величину $x_{2009}y_{2008} + x_{2008}y_{2009}$.

6. (5 баллов) Найти все решения системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{y^3}{x^2} + \frac{x}{y} = 1 \\ \frac{2x}{y^2} + \frac{4y}{x} = 1 \end{cases}.$$