К участию в олимпиаде приглашались школьники 9-11 классов. На решение задач отводилось 240 минут. Для каждой параллели разрабатывается отдельный комплект заданий, содержащий четыре равноценных варианта. Далее приводятся по два варианта заданий каждой возрастной категории.

11 класс

Вариант 1

1. **(3 балла)** К Андрею на дачу должен приехать друг, чтобы помочь ему выкопать картошку. Чтобы встретить друга Андрей выехал с дачи на машине так, чтобы приехать на станцию к электричке, прибывающей в 13.00. По пути он встретил друга, идущего к даче пешком, поскольку он приехал на электричке, прибывшей на час раньше, и решил сам идти к даче. В результате друзья приехали на дачу на 30 мин раньше. Определить время встречи Андрея с другом.

2. **(3 балла)** Найти все решения неравенства $\cos\frac{3}{2}-4x-x^2\geq 0$, лежащие в интервале $\left(-\frac{83}{20};0\right)$.

3. **(4 балла)** В параллелограмме со сторонами 3 и 5 проведены биссектрисы четырех внутренних углов. Найти отношение площади четырехугольника, образовавшегося при пересечении биссектрис, к площади параллелограмма.

4. **(4 балла)** Определить все значения параметра a, при которых уравнение $x+\sqrt{x(a-x)}=1$ имеет хотя бы одно решение.

5. **(5 баллов)** Известно, что натуральные числа a, b удовлетворяют двум условиям:

- сумма a и b равна 555,
- наименьшее общее кратное a и b в 26 раз больше, чем их наибольший общий делитель.

Найти a и b.

6. **(5 баллов)** На числовой прямой отложены точки с координатами $a_k=k\cdot\sqrt{2}$, k=1,2,3,… Вправо от точки 0, откладывается отрезок, длина которого меняется, причем каждый следующий раз отрезок откладывается от конца предыдущего отрезка. Начальная длина отрезка равна 1. Если отрезок, отложенный в очередной раз, закрывает менее 5 точек a_k, то длина отрезка увеличивается на 1, если более 5 точек – уменьшается на 1, если же отрезок закрывает ровно 5 точек a_k, то его длина остается прежней. Верно ли, что, начиная с некоторого момента времени, длина откладываемого отрезка будет постоянной? Ответ обосновать.

Вариант 2

1. **(3 балла)** Олег обычно прибывает в командировку на 11-часовом поезде. К этому поезду на вокзал прибывает машина. На этот раз поезд пришел на час раньше, и Олег пошел навстречу машине пешком. Встретив машину по пути, он сел в нее, и в результате приехал на 10 минут раньше запланированного. Определить время встречи Олега с машиной.

2. **(3 балла)** Найти все решения неравенства $\cos 5 + 2x + x^2 < 0$, лежащие в промежутке $\left[-2;-\frac{37}{125}\right]$.

3. **(4 балла)** В параллелограмме со сторонами 4 и 7 проведены биссектрисы четырех внутренних углов. Найти отношение площади четырехугольника, образовавшегося при пересечении биссектрис, к площади параллелограмма.

4. **(4 балла)** Определить все значения параметра a, при которых уравнение $x+\sqrt{a-x^2}=1$ имеет два различных решения.

5. **(5 баллов)** Известно, что натуральные числа a, b удовлетворяют двум условиям:

- сумма a и b равна 546,
- наименьшее общее кратное a и b в 22 раз больше, чем их наибольший общий делитель.

Найти a и b.

6. **(5 баллов)** На числовой прямой отложены точки с координатами $a_k = k\cdot\sqrt{3}$, k=1,2,3,… Вправо от точки 0, откладывается отрезок, длина которого меняется, причем каждый следующий раз отрезок откладывается от конца предыдущего отрезка. Начальная длина отрезка равна 1. Если отрезок, отложенный в очередной раз, закрывает менее 7 точек a_k, то длина отрезка увеличивается на 1, если более 7 точек – уменьшается на 1, если же отрезок закрывает ровно 7 точек a_k, то его длина остается прежней. Верно ли, что, начиная с некоторого момента времени, длина откладываемого отрезка будет постоянной? Ответ обосновать.