

Решение варианта 1

1. (10 баллов). Для определения плотности неизвестной жидкости взяли деревянный брусок длиной $l = 10$ см и погрузили сначала в воду, а потом в жидкость. При переносе бруска из воды в жидкость глубина его погружения уменьшилась на $h = 0,5$ см. Какую плотность имеет неизвестная жидкость? Плотность дерева $\rho_d = 900$ кг/м³, воды $\rho_v = 1000$ кг/м³. Брусок плавает вертикально, его длина измерена вдоль вертикали.

Возможное решение: В обоих случаях выполняется условие равновесия $\rho_d g S l = \rho_v g S x = \rho_{ж} g S (x - h)$ Здесь x – длина погруженной в жидкость части бруска. Решая эти уравнения, получим

$$\rho_{ж} = \frac{\rho_d l}{\frac{\rho_d}{\rho_v} l - h} \approx 1059 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $\rho_{ж} = \frac{\rho_d l}{\frac{\rho_d}{\rho_v} l - h} \approx 1059 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны два уравнения равновесия	4
Получен результат в общем виде	4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

2. (25 баллов). В нагревателе находится жидкость при некоторой неизвестной температуре. Для определения температуры нагревателя в него поместили стальной шарик массой $m_{ш} = 40$ г. После этого шарик опустили в алюминиевый калориметр массой $M = 80$ г, содержащий $m = 400$ г воды при температуре $t_1 = 15$ °С. В результате этого температура воды в калориметре повысилась до $t_2 = 28$ °С. Определите температуру нагревателя, если при переносе шарика из нагревателя в калориметр были тепловые потери 500 Дж.

Возможное решение: Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$(c_v m + c_{Al} M)(t_2 - t_1) + Q = c_{ст} m_{ш} (t - t_2).$$

Температура нагревателя:

$$t = \frac{(c_v m + c_{Al} M)(t_2 - t_1) + Q + c_{ст} m_{ш} t_2}{c_{ст} m_{ш}} \approx 1300 \text{ °С}$$

Ответ: $t = \frac{(c_v m + c_{Al} M)(t_2 - t_1) + Q + c_{ст} m_{ш} t_2}{c_{ст} m_{ш}} \approx 1300 \text{ °С}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Определено количество теплоты, отданное шариком	5
Определено количество теплоты, полученное водой	5
Определено количество теплоты, полученное калориметром	5
Составлено уравнение теплового баланса	5
Получен результат в общем виде	3
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	25

3. (15 баллов). Проволочное кольцо с перемычкой по диаметру из такой же проволоки подключили к источнику постоянного напряжения. На сколько процентов изменится тепловая мощность тока, если перемычку перерезать?

Возможное решение: Мощность в цепи обратно пропорциональна сопротивлению цепи. Сопротивление участка цепи прямо пропорционально длине участка. Относительное изменение тепловой мощности может быть рассчитано как

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\frac{U^2}{R} - \frac{U^2}{R'}}{\frac{U^2}{R}} = \frac{R' - R}{R'} = 1 - \frac{R}{R'}$$

где R – значение сопротивления цепи до перерезания перемычки, R' – значение сопротивления цепи после перерезания перемычки.

Обозначим через D диаметр кольца, через ρ – удельное сопротивление проволоки, через S – площадь поперечного сечения проволоки кольца. Тогда

$$\frac{\Delta P}{P} = 1 - \frac{4S\pi D\rho}{S\pi D\rho(4 + \pi)} = 1 - \frac{4}{4 + \pi} = \frac{\pi}{4 + \pi} \approx 44 \%$$

Ответ: $\frac{\Delta P}{P} = \frac{\pi}{4 + \pi} \approx 44 \%$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Изображена схема цепи	3
Записано выражение для мощности в первом случае	3
Записано выражение для мощности во втором случае	3
Записано выражение для относительного изменения мощности	3
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	3
Всего баллов	15

4. (25 баллов). Тележка массой 10 кг двигалась из состояния покоя. Сила, приложенная к тележке, менялась равномерно от 20 Н до 50 Н за время 2 минуты. Какова скорость тележки к концу 2-й минуты, если коэффициент трения тележки о дорогу 0,3?

Возможное решение: Запишем закон изменения внешней силы с течением времени

$$F = F_0 + \frac{F_1 - F_0}{\tau} t$$

Тележка начала движения в тот момент времени t' , когда приложенная сила стала равна силе трения скольжения:

$$F_0 + \frac{F_1 - F_0}{\tau} t' = \mu mg$$

$$t' = \frac{\tau(\mu mg - F_0)}{F_1 - F_0}$$

К концу второй минуты ускорение тележки стало равным

$$a = \frac{F_1 - \mu mg}{m}.$$

Учитывая линейность нарастания ускорения во времени, получим для скорости к концу второй минуты

$$V = \frac{a(\tau - t')}{2} = \frac{F_1 - \mu mg}{2m} \left[\tau - \frac{\tau(\mu mg - F_0)}{F_1 - F_0} \right] = \frac{(F_1 - \mu mg)^2 \tau}{2m(F_1 - F_0)} \approx 80 \text{ м/с}$$

Ответ: $V = \frac{(F_1 - \mu mg)^2 \tau}{2m(F_1 - F_0)} \approx 80 \text{ м/с}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записан закон изменения силы во времени	5
Записано выражение для равенства внешней силы и силы трения скольжения в момент начала движения	5
Записано выражение для момента времени начала движения	5
Записано выражение для скорости в конце второй минуты	5
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	5
Всего баллов	25

5. (10 баллов). Железный шарик объемом 0,25 мл опускается в вязкой жидкости с постоянной скоростью 5,5 м/с. Сила вязкого трения прямо пропорциональна скорости шарика. Коэффициент пропорциональности равен 0,003 Н·с/м. Во сколько раз плотность жидкости меньше плотности железа?

Возможное решение: Запишем уравнение динамики движения шарика в жидкости:

$$v\rho_{\text{шар}}g = v\rho_{\text{ж}}g + kV$$

Разделим обе части уравнения на плотность шарика:

$$vg = vg \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{шар}}} + \frac{kV}{\rho_{\text{шар}}}$$

Решим уравнение относительно $\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{шар}}}$

$$\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{шар}}} = 1 - \frac{kV}{vg\rho_{\text{шар}}} = 1 - \frac{0,003 \cdot 5,5}{0,25 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 7800} \approx 0,154$$

Рассчитаем обратное отношение, равное 6,5.

Ответ: $\frac{\rho_{\text{шар}}}{\rho_{\text{ж}}} \approx 6,5$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано уравнение динамики движения шарика в жидкости	2 ÷ 4
Получено выражение для обратного отношения плотностей в общем виде	2 ÷ 4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

6. (15 баллов). Удав ползет по джунглям со скоростью $V = 4$ м/мин, а рядом с ним ходит Мартышка и меряет его длину в попугаях. За 3 минуты Мартышка успевает дойти от головы Удава до его хвоста и обратно, и объявить, что длина Удава – 45 попугаев. Найдите, с какой скоростью ходила Мартышка относительно земли, если единица "одном попугай" соответствует 0,2 м.

Возможное решение: Скорость Удава относительно земли в системе единиц "Джунгли" равна 20 попугаев в минуту. Свяжем подвижную систему отсчета с Удавом, поместив начало отсчета в голову Удава при положительном направлении в сторону движения Удава. Тогда для движения Мартышки в системе отсчета, связанной с землей, имеем:

$$-V_M \tau_1 = -L_y + V \tau_1$$

$$V_M \tau_2 = L_y + V \tau_2$$

$$\tau_1 + \tau_2 = \tau$$

Решая полученную систему уравнений, получим

$$V_M = \frac{2L_y + V\tau + \sqrt{(2L_y + V\tau)^2 + 8(V\tau)^2}}{2\tau} \approx 35 \frac{\text{попугаев}}{\text{минута}} = 7 \frac{\text{м}}{\text{минута}} \approx 12 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Ответ: $V_M = \frac{2L_y + V\tau + \sqrt{(2L_y + V\tau)^2 + 8(V\tau)^2}}{2\tau} \approx 7 \frac{\text{м}}{\text{минута}} \approx 12 \frac{\text{см}}{\text{с}}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записан закон сложения перемещений для движения Мартышки к хвосту Удава	1 ÷ 4
Записан закон сложения перемещений для движения Мартышки к голове Удава и составлена система уравнений	1 ÷ 4
Получено выражение для скорости Мартышки в общем виде	1 ÷ 4
Получено значение скорости, выраженное во внесистемных единицах	2
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа в единицах СИ	1
Всего баллов	15

Решение варианта 3

1. (10 баллов). Две материальные точки находятся в покое на расстоянии L друг от друга. Они начинают одновременно равноускоренно двигаться в одну сторону вдоль линии, их соединяющей. Ускорение точки, находящейся впереди, равно a . Какое минимальное ускорение должна иметь вторая точка, чтобы догнать первую за время, не превышающее τ ?

Возможное решение:

Поместим начало отсчета в первоначальное положение первой точки. Тогда начальная координата второй точки будет равна $-L$. Ускорение второй точки может быть вычислено из условия

$$\frac{a\tau^2}{2} = -L + \frac{a_2\tau^2}{2}$$

и

$$a_2 = a + \frac{2L}{\tau^2}.$$

Ответ: $a_2 = a + \frac{2L}{\tau^2}$.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж, выбрана система отсчета	2
Правильно записано условие встречи частиц	3
Получен результат, но есть ошибки в преобразованиях при получении конечной формулы	2
Задание выполнено полностью, получен результат в общем виде	3
Всего баллов	10

2. (10 баллов). В металлический цилиндрический сосуд налили воду и поместили кусочек льда массой $m_{\text{л}} = 0,3$ кг, затем сосуд негерметично закрыли крышкой. Первоначально смесь воды и льда полностью заполняет сосуд, а крышка не позволяет льду всплыть. Начальная температура воды и льда равна $t = 0$ °С. Температура в помещении, где находится сосуд, не изменяется. Общий объем смеси составляет $V = 1$ литр. Какую долю объема сосуда будет занимать вода, когда лед растает? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³.

Возможное решение:

Масса воды в начале процесса таяния льда может быть рассчитана как

$$m_B = \rho_B \left(V - \frac{m_L}{\rho_L} \right)$$

После того, как лед растаял, объем воды в сосуде стал

$$V' = \frac{m_L + m_B}{\rho_B} = \frac{m_L + \rho_B \left(V - \frac{m_L}{\rho_L} \right)}{\rho_B} = V - m_L \left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_B} \right)$$

Отношение объемов равно

$$\frac{V'}{V} = 1 - \frac{m_L}{V} \left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_B} \right) \approx 0,967$$

Ответ: $\frac{V'}{V} \approx 0,967$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для массы воды в начале процесса	3
Записано выражение для объема воды по окончании таяния льда	2
Получен результат в общем виде, но есть ошибки в вычислениях или были ошибки в преобразованиях при получении конечной формулы	1
Получен результат в общем виде	2
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

3. (15 баллов). В теплоизолированном сосуде находится 982 г переохлажденной до минус 2 °С воды. В воду бросили маленький кристаллик льда. Какая масса льда окажется в стакане? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

Возможное решение: при появлении в переохлажденной воде центра конденсации начинается лавинообразная конденсация. При конденсации выделяется энергия, необходимая для достижения переохлажденной водой температуры конденсации. Составим уравнение теплового баланса

$$\lambda m_L = cm\Delta T.$$

Тогда

$$m_L = \frac{cm\Delta T}{\lambda} = 25 \text{ г.}$$

Ответ: $m_L = \frac{cm\Delta T}{\lambda} = 25 \text{ г.}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Указано, что идет процесс лавинообразной конденсации	от 1 до 4
Составлены уравнения, сделаны верные рассуждения, необходимые для решения задачи	4
Получен результат в общем виде	4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	3
Всего баллов	15

4. (15 баллов). Неизвестное число N одинаковых резисторов последовательно соединены в кольцо. Омметр, подсоединённый к концам одного резистора, показывает сопротивление $R_1 = 64$ Ом. Если любой другой резистор цепочки закортить, то омметр показывает сопротивление $R_2 = 63$ Ом. Каково сопротивление одного резистора?

Возможное решение: Первое измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 1$ резистора. Значит,

$$R_1 = \frac{(N - 1)R^2}{NR} = \frac{(N - 1)R}{N}$$

Второе измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 2$ резисторов. Значит,

$$R_2 = \frac{(N - 2)R^2}{(N - 1)R} = \frac{(N - 2)R}{(N - 1)}.$$

Из полученных выражений можно получить количество резисторов в цепочке:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(N - 1)^2}{N(N - 2)};$$

$$(R_1 - R_2)N^2 - 2(R_1 - R_2)N - R_2 = 0$$

$$N = \frac{2(R_1 - R_2) + \sqrt{4(R_1 - R_2)^2 + 4(R_1 - R_2)R_2}}{2(R_1 - R_2)} = \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{(R_1 - R_2)}$$

Подставив этот результат в выражение для R_1 и решив полученное уравнение относительно R , имеем:

$$R = R_1 \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{\sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}} = 72 \text{ Ом.}$$

Ответ: $R = R_1 \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{\sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}} = 72 \text{ Ом.}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Нарисована схема цепи для первого измерения	2
Нарисована схема цепи для второго измерения	2
Записано выражение для R_1	2
Записано выражение для R_2	2
Записано выражение для количества резисторов в цепочке	2
Записано выражение для искомого сопротивления, в которое подставлено выражение для N в общем виде или численное значение N	3
Рассчитано значение искомого сопротивления	2
Всего баллов	15

5. (25 баллов). На полярной станции зимой потребовалось перенести нетеплоизолированный сосуд с жидкостью из одного помещения в другое. Время, которое требуется для переноса сосуда, составляет $\tau = 8$ минут. При переносе сосуда обеспечен такой режим, что за каждую минуту теряется $\eta = 20\%$ количества теплоты, которое необходимо отдать к началу этой минуты для начала кристаллизации содержимого сосуда. Успеют ли сотрудники станции перенести сосуд, не заморозив содержимого?

Возможное решение: Пусть Q – количество теплоты, которое нужно отдать для замораживания содержимого сосуда в начале процесса. Тогда за первую минуту будет потеряно количество теплоты, равное ηQ . К началу второй минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)Q$ теплоты, а за вторую минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)Q$. За две минуты будет отдано $\eta Q(2 - \eta)$. К началу третьей минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)^2 Q$ теплоты, а за третью минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)^2 Q$. Для отданного за минуту количества теплоты получаем убывающую геометрическую прогрессию с первым членом ηQ и знаменателем $1 - \eta$. Складывая первые 8 членов этой прогрессии, получим

$$Q_{\text{отд}} = \eta Q \frac{(1 - \eta)^8 - 1}{(1 - \eta) - 1} = \eta Q \frac{1 - (1 - \eta)^8}{\eta} = Q[1 - (1 - \eta)^8] < Q.$$

Количество отданной теплоты меньше, чем количество теплоты, которую нужно отдать до начала кристаллизации жидкости.

Ответ: сотрудники станции успеют перенести сосуд, не заморозив содержимого.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Получено выражение для количества теплоты, отданного за первую минуту	4
Получено выражение для количества теплоты, требующееся отдать для замораживания жидкости в начале второй и каждой из последующих минут	4
Получено выражение для количества теплоты, отданного за вторую и каждой из последующих минут	4
Указано, что количество отданной теплоты может быть вычислено как сумма членов геометрической прогрессии	4
Получено выражение для количества отданной теплоты за 8 минут	5
Сделан вывод о возможности переноса жидкости без замораживания	4
Всего баллов	25

6. (25 баллов). Через озеро переброшен мост параболической формы. начало и конец моста начинаются на берегу на уровне $h = 5$ м выше уровня воды. Высота вершины моста над водой равна $H = 30$ м. Минимальная скорость автомобиля в верхней точке моста, при которой водитель начинает чувствовать себя в состоянии невесомости (что весьма небезопасно для дорожного движения!!!), равна $V_x = 20$ м/с. Какую максимальную скорость должен иметь автомобиль в начале или в конце моста, чтобы водитель только начинал чувствовать себя в состоянии невесомости? Считайте, что в таком предельном состоянии перехода к невесомости автомобиль проходит весь мост, сопротивлением движению можно пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным 10 м/с².

Возможное решение: Двигаясь по параболе таким образом, что в каждой ее точке водитель и автомобиль находится в невесомости, тела движутся с постоянным полным ускорением, равным ускорению свободного падения. Значит, в начале и конце моста модуль вертикальной проекции скорости равен

$$V_y = \sqrt{2g(H - h)},$$

и скорость автомобиля равна

$$V = \sqrt{V_x^2 + 2g(H - h)} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $V = \sqrt{V_x^2 + 2g(H - h)} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж к решению задачи с указанием всех необходимых элементов	2
Установлено, что при движении по параболе в заданных условиях тела находятся в невесомости во всех точках траектории	4
Установлено, полное ускорение – это ускорение свободного падения	4
Получено выражение для вертикальной проекции скорости	5
Получено выражение для скорости	5
Рассчитано значение скорости	5
Всего баллов	25

Решение варианта 4

1. (10 баллов). Две материальные точки находятся в покое на расстоянии L друг от друга. Они начинают одновременно равноускоренно двигаться в одну сторону вдоль линии, их соединяющей. Ускорение точки, находящейся позади, равно a . Какое максимальное ускорение должна иметь первая точка, чтобы ее могла догнать вторая за время, не превышающее τ ?

Возможное решение:

Поместим начало отсчета в первоначальное положение первой точки. Тогда начальная координата второй точки будет равна $-L$. Ускорение первой точки может быть вычислено из условия

$$\frac{a\tau^2}{2} - L = \frac{a_1\tau^2}{2}$$

и

$$a_1 = a - \frac{2L}{\tau^2}.$$

Ответ: $a_1 = a - \frac{2L}{\tau^2}$.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж, выбрана система отсчета	2
Правильно записано условие встречи частиц	3
Получен результат, но есть ошибки в преобразованиях при получении конечной формулы	2
Задание выполнено полностью, получен результат в общем виде	3
Всего баллов	10

2. (10 баллов). В металлический цилиндрический сосуд налили воду и поместили кусочек льда. Затем сосуд негерметично закрыли крышкой. Первоначально смесь воды и льда полностью заполняет сосуд, а крышка не позволяет льду всплыть. Начальная температура воды и льда равна $t = 0$ °С. Температура в помещении, где находится сосуд, не изменяется. Общий объем смеси составляет $V = 1$ литр. Когда лед растает, вода будет занимать $\eta = 0,95$ объема сосуда. Определите первоначальную массу льда. Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_l = 900$ кг/м³.

Возможное решение:

Масса воды в начале процесса таяния льда может быть рассчитана как

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right)$$

После того, как лед растаял, объем воды в сосуде стал

$$V' = \frac{m_{\text{л}} + m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{m_{\text{л}} + \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right)}{\rho_{\text{в}}} = V - m_{\text{л}} \left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)$$

Отношение объемов равно

$$\eta = 1 - \frac{m_{\text{л}}}{V} \left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right).$$

Масса льда

$$m_{\text{л}} = \frac{V(1 - \eta)}{\left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)} = 0,45 \text{ кг} = 450 \text{ г}.$$

Ответ: $m_{\text{л}} = \frac{V(1 - \eta)}{\left(\frac{1}{\rho_{\text{л}}} - \frac{1}{\rho_{\text{в}}} \right)} = 0,45 \text{ кг} = 450 \text{ г}.$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для массы воды в начале процесса	3
Записано выражение для объема воды по окончании таяния льда	2
Записано выражение для отношения объемов	1
Получен результат в общем виде	2
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	2
Всего баллов	10

3. (15 баллов). В теплоизолированном сосуде находится 982 г переохлажденной воды. В воду бросили маленький кристаллик льда массой $m_{\text{л}} = 25$ г. До какой температуры была переохлаждена вода? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

Возможное решение: при появлении в переохлажденной воде центра конденсации начинается лавинообразная конденсация. При конденсации выделяется энергия, необходимая для достижения переохлажденной водой температуры конденсации. Составим уравнение теплового баланса

$$\lambda m_{\text{л}} = cm\Delta T.$$

Тогда

$$\Delta T = \frac{\lambda m_{\text{л}}}{ct} = 2 \text{ К.}$$

Ответ: вода была переохлаждена до $(-2)^\circ\text{C}$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Указано, что идет процесс лавинообразной конденсации	от 1 до 4
Составлены уравнения, сделаны верные рассуждения, необходимые для решения задачи	4
Получен результат в общем виде	4
Задание выполнено полностью, получен результат в виде числа	3
Всего баллов	15

4. (15 баллов). Неизвестное число N одинаковых резисторов последовательно соединены в кольцо. Омметр, подсоединённый к концам одного резистора, показывает сопротивление $R_1 = 64$ Ом. Если любой другой резистор цепочки замкнуть, то омметр показывает сопротивление $R_2 = 63$ Ом. Определите число N .

Возможное решение: Первое измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 1$ резистора. Значит,

$$R_1 = \frac{(N - 1)R^2}{NR} = \frac{(N - 1)R}{N}$$

Второе измерение показывает сопротивление параллельного соединения одного резистора и последовательной цепочки из $N - 2$ резисторов. Значит,

$$R_2 = \frac{(N - 2)R^2}{(N - 1)R} = \frac{(N - 2)R}{(N - 1)}.$$

Из полученных выражений можно получить количество резисторов в цепочке:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(N - 1)^2}{N(N - 2)};$$

$$(R_1 - R_2)N^2 - 2(R_1 - R_2)N - R_2 = 0$$

$$N = \frac{2(R_1 - R_2) + \sqrt{4(R_1 - R_2)^2 + 4(R_1 - R_2)R_2}}{2(R_1 - R_2)} = \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{(R_1 - R_2)}$$

$$\text{Ответ: } N = \frac{(R_1 - R_2) + \sqrt{(R_1 - R_2)^2 + (R_1 - R_2)R_2}}{(R_1 - R_2)}$$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Нарисована схема цепи для первого измерения	2
Нарисована схема цепи для второго измерения	2
Записано выражение для R_1	2
Записано выражение для R_2	2
Записано выражение для количества резисторов в цепочке	4
Рассчитано значение искомого количества резисторов	3
Всего баллов	15

5. (25 баллов). На полярной станции зимой потребовалось перенести нетеплоизолированный сосуд с жидкостью из одного помещения в другое. Время, которое требуется для переноса сосуда, составляет $\tau = 4$ минуты. При переносе сосуда обеспечен такой режим, что за каждую минуту теряется $\eta = 20\%$ количества теплоты, которое необходимо отдать к началу этой минуты для полной кристаллизации содержимого сосуда. Кристаллизация начнется, когда будет отдано 60% всего количества теплоты, отдаваемого при полном замораживании содержимого сосуда. Успеют ли сотрудники станции перенести сосуд, не заморозив содержимого?

Возможное решение: Пусть Q – количество теплоты, которое нужно отдать для полного замораживания содержимого сосуда в начале процесса. Тогда за первую минуту будет потеряно количество теплоты, равное ηQ . К началу второй минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)Q$ теплоты, а за вторую минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)Q$. За две минуты будет отдано $\eta Q(2 - \eta)$. К началу третьей минуты для замораживания жидкости потребуется отдать $(1 - \eta)^2 Q$ теплоты, а за третью минуту будет отдано количество теплоты, равное $\eta(1 - \eta)^2 Q$. Для отданного за минуту количества теплоты получаем убывающую геометрическую прогрессию с первым членом ηQ и знаменателем $1 - \eta$. Складывая первые 4 члена этой прогрессии, получим

$$Q_{\text{отд}} = \eta Q \frac{(1 - \eta)^4 - 1}{(1 - \eta) - 1} = \eta Q \frac{1 - (1 - \eta)^4}{\eta} = Q[1 - (1 - \eta)^4] \approx 0,59 < 0,6Q.$$

Количество отданной теплоты меньше, чем количество теплоты, отдаваемой для начала замораживания жидкости.

Ответ: сотрудники станции успеют перенести сосуд, не заморозив содержимого, но им нужно поторопиться.

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Получено выражение для количества теплоты, отданного за первую минуту	4
Получено выражение для количества теплоты, требующееся отдать для замораживания жидкости в начале второй и каждой из последующих минут	4
Получено выражение для количества теплоты, отданного за вторую и каждой из последующих минут	4
Указано, что количество отданной теплоты может быть вычислено как сумма членов геометрической прогрессии	4
Получено выражение для количества отданной теплоты за 4 минуты	5
Сделан вывод о возможности переноса жидкости без замораживания	4
Всего баллов	25

6. (25 баллов). Через озеро переброшен мост параболической формы. начало и конец моста начинаются на берегу на уровне $h = 5$ м выше уровня воды. Высота вершины моста над водой равна $H = 30$ м. Минимальная скорость автомобиля в начальной и конечной точках моста, при которой водитель начинает чувствовать себя в состоянии невесомости (что весьма небезопасно для дорожного движения!!!), равна $V = 30$ м/с. Какую максимальную скорость V_1 должен иметь автомобиль в верхней точке моста, чтобы водитель только начинал чувствовать себя в состоянии невесомости? Считайте, что в таком предельном состоянии перехода к невесомости автомобиль проходит весь мост, сопротивлением движению можно пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным 10 м/с².

Возможное решение: Двигаясь по параболе таким образом, что в каждой ее точке водитель и автомобиль находится в невесомости, тела движутся с постоянным полным ускорением, равным ускорению свободного падения. Значит, в начале и конце моста модуль вертикальной проекции скорости равен

$$V_y = \sqrt{2g(H - h)},$$

и скорость автомобиля равна

$$V = \sqrt{V_x^2 + 2g(H - h)}.$$

В верхней точке моста вертикальная проекция скорости равна нулю, а значит

$$V_1 = V_x$$

и

$$V_1 = \sqrt{V - 2g(H - h)} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: $V_1 = \sqrt{V - 2g(H - h)} = 20 \text{ м/с}.$

Критерии оценивания решения:

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Выполнен чертеж к решению задачи с указанием всех необходимых элементов	2
Установлено, что при движении по параболе в заданных условиях тела находятся в невесомости во всех точках траектории	4
Установлено, полное ускорение – это ускорение свободного падения	4
Получено выражение для вертикальной проекции скорости	5
Получено выражение для скорости	5
Рассчитано значение скорости	5
Всего баллов	25

**Пояснения и критерии для членов экспертной комиссии
по проверке ситуационной задачи**

1. Членам экспертной комиссии предоставляется один из возможных вариантов решения экзаменационных задач. Решение школьника может отличаться от авторского варианта решения, предоставленного комиссии.
2. Корректная проверка решения не может быть осуществлена только по ответам. Основным критерием правильности решения является верное использование физических законов и разумный учёт технических параметров, характеристик и ограничений.

	Верные элементы решения	Количество баллов
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-9
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-7
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-7
4	Проведены расчеты, получен верный ответ	0-7
	Итого	max 30