

## Решение варианта 1

### 1. Решение

Закон сложения скоростей до удара:

$$\vec{v}_{\text{ш}} = \vec{v}_p + \vec{v}_{\text{шр}}.$$

После удара:

$$0 = \vec{v}_p - \vec{v}_{\text{шр}}.$$

Отсюда

$$v_{\text{ш}} = 2v_p = 7 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Ответ: 7 м/с.**

### 2. Решение

Путь Петра и Рекса до второй встречи:

$$S = v_{\text{п}} t = \frac{v_p t}{2}$$

где  $v_p$  — конечная скорость Рекса. Отсюда

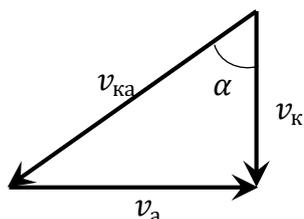
$$v_p = 2v_{\text{п}}.$$

С другой стороны

$$S = \frac{v_p^2}{2a} = \frac{2v_{\text{п}}^2}{a} \cong 21 \text{ м.}$$

**Ответ: 21 м.**

### 3. Решение



Из закона сложения скоростей (см. рис.)

$$\alpha = \arctg \frac{v_a}{v_k} = 57^\circ.$$

**Ответ: 57°.**

### 4. Решение

Поскольку замерзла лишь часть воды, в конечном состоянии в пробирке находится вода со льдом. Поскольку состояние устойчиво, конечная температура смеси  $0^\circ\text{C}$ . Замерзание воды, очевидно, происходит одновременно с нагревом переохлажденной воды и образующегося льда. Но нам известна удельная теплота плавления льда лишь при  $0^\circ\text{C}$ . Поэтому для корректного расчета заменим

реальный процесс искусственным с тем же конечным состоянием. Сперва прогреем всю смесь до 0°C. Для этого потребуется подвести тепло

$$Q_1 = cm\Delta t_1$$

Теперь добавим не переохлажденную воду и отведем от системы  $Q_1$ , не переохлаждая ее:

$$cm\Delta t_1 = cm|\Delta t_2| + \lambda m'.$$

Отсюда

$$k = \frac{m'}{m} = c(\Delta t_1 - |\Delta t_2|) = 3,8\%.$$

**Ответ: 3,8%.**

## 5. Решение

Полезная мощность двигателя:

$$P = UI - I^2 R.$$

Зависимость мощности от тока, как видим, квадратична, максимум достигается в вершине параболы:

$$I_{\text{в}} = \frac{U}{2R}.$$

Тогда

$$P_{\text{макс}} = \frac{U^2}{4R} = 9 \text{ Вт}.$$

**Ответ: 9 Вт.**

## 6. Решение

Полезная мощность кипятильника:

$$P = UI - I^2 R,$$

где  $R$  — сопротивление введенной части реостата. Зависимость мощности от тока, как видим, квадратична, максимум достигается в вершине параболы:

$$I_{\text{в}} = \frac{U}{2R}.$$

Тогда искомая тепловая мощность спирали

$$P_{\text{макс}} = \frac{U^2}{4R} = 807 \text{ Вт}.$$

**Ответ: 807 Вт.**

## 7. Решение

Поскольку все нагревательные элементы включаются в сеть параллельно, тепловая мощность, выделяемая каждым элементом, задается соотношением:

$$P_0 = UI_0,$$

где  $U = 220$  В,  $I_0$  — ток через элемент. Поскольку температурной зависимостью сопротивления нагревательного элемента можно пренебречь, ток через элемент не зависит от температуры воды. Согласно закону теплопроводности, скорость оттока тепла из бака растет пропорционально разности температур. Таким образом, при температуре воды  $100^\circ\text{C}$  уравнение теплового баланса имеет вид

$$UI_0N_1 = k(t_k - t_0),$$

где  $N_1 = 8$  — количество включенных элементов,  $t_k = 100^\circ\text{C}$ ,  $t_0$  — температура окружающего воздуха.

Аналогично, при температуре воды  $t = 70^\circ\text{C}$ , имеем:

$$UI_0N = k(t - t_0).$$

Поделив уравнения друг на друга, получим:

$$\frac{N}{N_1} = \frac{t - t_0}{t_k - t_0}.$$

Отсюда

$$N = N_1 \frac{t - t_0}{t_k - t_0} = 5.$$

Следовательно, необходимо отключить 3 нагревательных элемента. Можно получить ответ и в общем виде:

$$\Delta N = N_1 - N = N_1 \frac{t_k - t}{t_k - t_0} = 3.$$

**Ответ: 3.**

## 8. Решение

Мощность нагревателя должна компенсировать теплопотери, пропорциональные разности температур внутри и вне дома. Тогда для осеннего периода

$$\frac{U^2}{R} = k(t_{\text{ком}} - t_{\text{ос}}).$$

Аналогично для зимнего

$$\frac{U^2}{nR} = k(t_{\text{ком}} - t_{\text{зим}}).$$

Отсюда

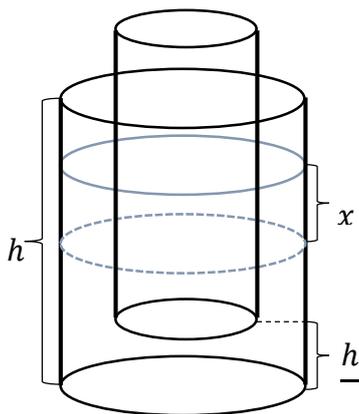
$$n = \frac{t_{\text{КОМ}} - t_{\text{ОС}}}{t_{\text{КОМ}} - t_{\text{ЗИМ}}}.$$

Искомое изменение сопротивления

$$\eta = 1 - n = \frac{t_{\text{ОС}} - t_{\text{ЗИМ}}}{t_{\text{КОМ}} - t_{\text{ЗИМ}}} = \frac{1}{3} \cong 30\%.$$

**Ответ: 30.**

## 9. Решение



Для равновесия датчика, сила Архимеда, должна компенсировать силу тяжести датчика:

$$\rho g S h = \rho_{\text{в}} g S \left( \frac{h}{4} + x \right).$$

Подъем уровня воды происходит за счет ее вытеснения:

$$x \left( \frac{3}{2} S - S \right) = \frac{h}{4} S.$$

Отсюда

$$x = \frac{h}{2}.$$

Подставляя в условие равновесия, находим

$$\rho = \frac{3}{4} \rho_{\text{в}} = 750 \text{ кг/м}^3.$$

**Ответ: 750 кг/м<sup>3</sup>.**

## Решение варианта 2

### 1. Решение

Закон сложения скоростей до удара:

$$\vec{v}_{\text{ш}} = \vec{v}_p + \vec{v}_{\text{шр}}.$$

После удара:

$$0 = \vec{v}_p - \vec{v}_{\text{шр}}.$$

Отсюда

$$v_p = \frac{v_{\text{ш}}}{2} = 4,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**Ответ: 4,5 м/с.**

### 2. Решение

Путь Васи и Шарика до второй встречи:

$$S = v_B t = \frac{v_{\text{ш}} t}{2}$$

где  $v_p$  — конечная скорость Шарика. Отсюда

$$v_{\text{ш}} = 2v_B.$$

С другой стороны

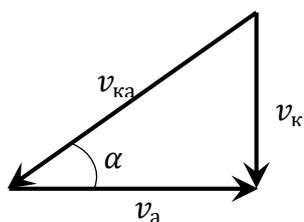
$$S = \frac{v_{\text{ш}}^2}{2a} = \frac{2v_B^2}{a}.$$

Отсюда

$$a = \frac{2v_B^2}{S} = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

**Ответ: 2,5 м/с<sup>2</sup>.**

### 3. Решение:



Из закона сложения скоростей (см. рис.)

$$v_a = v_k \text{ctg } \alpha = 125 \text{ км/ч.}$$

**Ответ: 125 км/ч.**

#### 4. Решение

Поскольку замерзла лишь часть воды, в конечном состоянии в пробирке находится вода со льдом. Поскольку состояние устойчиво, конечная температура смеси  $0^{\circ}\text{C}$ . Замерзание воды, очевидно, происходит одновременно с нагревом переохлажденной воды и образующегося льда. Но нам известна удельная теплота плавления льда лишь при  $0^{\circ}\text{C}$ . Поэтому для корректного расчета заменим реальный процесс искусственным с тем же конечным состоянием. Сперва прогреем всю смесь до  $0^{\circ}\text{C}$ . Для этого потребуется подвести тепло

$$Q_1 = c_B m \Delta t_1$$

Теперь добавим лед и отведем от системы  $Q_1$ , не переохлаждая ее:

$$c_B m \Delta t_1 + c_L \frac{m}{2} \Delta t_2 = \lambda m'$$

Отсюда

$$k = 1 - \frac{m'}{m} = 1 - \frac{c_B \Delta t_1 + \frac{c_L \Delta t_2}{2}}{\lambda} = 91\%.$$

**Ответ: 91%.**

#### 5. Решение

Полезная мощность двигателя:

$$P = UI - I^2 R.$$

Зависимость мощности от тока, как видим, квадратична, максимум тока достигается при полном затормаживании обмотки:

$$I_{\text{макс}} = \frac{U}{R}.$$

Тогда искомая мощность

$$P = \frac{U^2}{R} k(1 - k) = 16,8 \text{ Вт}.$$

Здесь  $k = 30\%$ .

**Ответ: 16,8 Вт.**

#### 6. Решение

Полезная мощность двигателя:

$$P = UI - I^2 R.$$

Зависимость мощности от тока, как видим, квадратична, максимум тока достигается при полном затормаживании обмотки:

$$I_{\text{макс}} = \frac{U}{R}.$$

Тогда КПД

$$\eta = \frac{P}{UI} = 1 - k \cong 67\%.$$

**Ответ: 67%.**

### 7. Решение

Поскольку все нагревательные элементы включаются в сеть параллельно, тепловая мощность, выделяемая каждым элементом, задается соотношением:

$$P_0 = UI_0,$$

где  $U = 220$  В,  $I_0$  — ток через элемент. Поскольку температурной зависимостью сопротивления нагревательного элемента можно пренебречь, ток через элемент не зависит от температуры воды. Согласно закону теплопроводности, скорость оттока тепла из бака растет пропорционально разности температур. Таким образом, при температуре воды  $100^\circ\text{C}$  уравнение теплового баланса имеет вид

$$UI_0N = k(t_k - t_0),$$

где  $N = 8$  — количество включенных элементов,  $t_k = 100^\circ\text{C}$ ,  $t_0$  — температура окружающего воздуха.

Аналогично, при отключении половины элементов:

$$UI_0 \frac{N}{2} = k(t - t_0).$$

Поделив уравнения друг на друга, получим:

$$\frac{1}{2} = \frac{t - t_0}{t_k - t_0}.$$

Отсюда

$$t = \frac{t_k + t_0}{2} = 60^\circ\text{C}.$$

**Ответ: 60.**

### 8. Решение

Мощность нагревателя должна компенсировать теплопотери, пропорциональные разности температур внутри и вне дома. Тогда для зимнего периода

$$\frac{U^2}{R} = k(t_{\text{ком}} - t_{\text{зим}}).$$

Аналогично после потепления

$$\frac{U^2}{(1+n)R} = k(t_{\text{ком}} - t).$$

Здесь  $n = 25\%$ . Отсюда

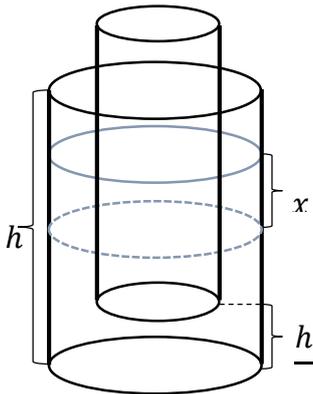
$$1 + n = \frac{t_{\text{КОМ}} - t_{\text{ЗИМ}}}{t_{\text{КОМ}} - t}$$

Следовательно, на улице установилась температура

$$t = \frac{nt_{\text{КОМ}} + t_{\text{ЗИМ}}}{1 + n} = -4^{\circ}\text{C}.$$

**Ответ:**  $-4^{\circ}\text{C}$ .

## 9. Решение



Отсюда

Для равновесия датчика, сила Архимеда, должна компенсировать силу тяжести датчика:

$$3\rho gSh = 3\rho_{\text{ж}}gS\left(\frac{h}{2} - \frac{h}{3} + x\right).$$

Здесь  $3S$  — площадь сечения датчика. Подъем уровня воды происходит за счет ее вытеснения:

$$(4S - 3S)x = 3S\left(\frac{h}{2} - \frac{h}{3}\right).$$

$$x = \frac{h}{2}.$$

Подставляя в условие равновесия, находим

$$\rho_{\text{ж}} = \frac{3}{2}\rho = 750 \text{ кг/м}^3.$$

**Ответ:**  $750 \text{ кг/м}^3$ .