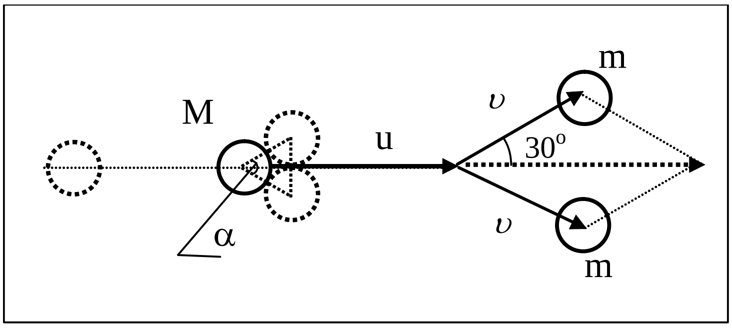
Решение типового варианта задания для 11 класса

З А Д А Ч А 1.



Ответ: $\boxed{M = \frac{3}{2}m}$.

Исходя из закона сохранения кинетической энергии

$$\frac{Mu^2}{2} = \frac{2m\upsilon^2}{2} \quad (1),$$

где M – масса налетающего шара.

По закону сохранения импульса,

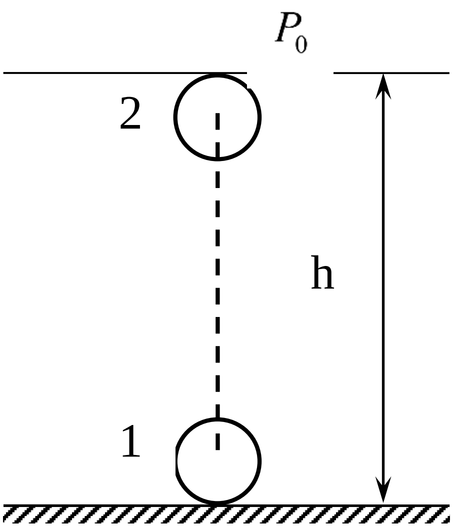
$$Mu = 2m\upsilon \cdot \cos 30^{\circ} = 2m\upsilon\frac{\sqrt{3}}{2} = m\upsilon\sqrt{3} \quad (2)$$

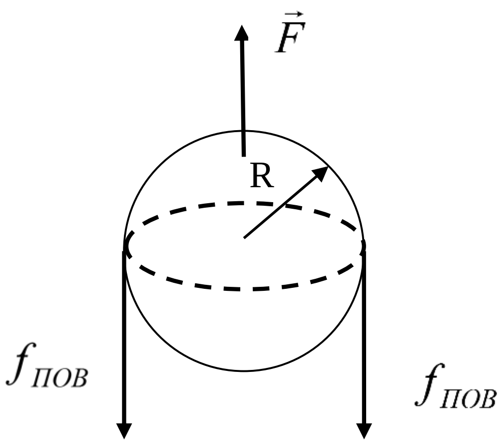
Решая совместно уравнения (1) и (2), получим:

$u = \frac{2}{\sqrt{3}}\upsilon$ (3) Подставляя (3) в (2), находим $M\frac{2}{\sqrt{3}}\upsilon = m\upsilon\sqrt{3}$, откуда $\boxed{M = \frac{3}{2}m}$.

З А Д А Ч А 2.

Ответ: $\boxed{h = \frac{1}{\rho g}\left[P_0(n^3 - 1) + \frac{4\sigma}{d}\cdot(n^2 - 1)\right]}$





За счёт поверхностного натяжения добавочное давление в пузырьке найдём из условия

$2\pi R\cdot\sigma = P_{ДОБ}\cdot\pi R^2$. Отсюда $P_{ДОБ} = \dfrac{2\cdot\sigma}{R} = \dfrac{4\sigma}{d}$, где $d = 2R$.

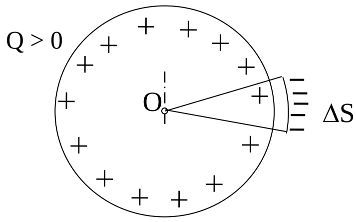
В положении 1 пузырька $P_1\cdot V_1 = \left(P_0 + \rho g h + \dfrac{4\sigma}{d}\right)\cdot\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{d}{2}\right)^3$.

В положении 2 пузырька $P_2\cdot V_2 = \left(P_0 + \dfrac{4\sigma}{n\cdot d}\right)\cdot\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{n\cdot d}{2}\right)^3$. Так как $T = const$, то

$P_1\cdot V_1 = P_2\cdot V_2$. Тогда $\left(P_0 + \rho g h + \dfrac{4\sigma}{d}\right) = \left(P_0 + \dfrac{4\sigma}{n\cdot d}\right)\cdot n^3$. Отсюда

$$h = \frac{1}{\rho g}\left[P_0(n^3-1) + \frac{4\sigma}{d}\cdot(n^2-1)\right].$$

З А Д А Ч А 3.



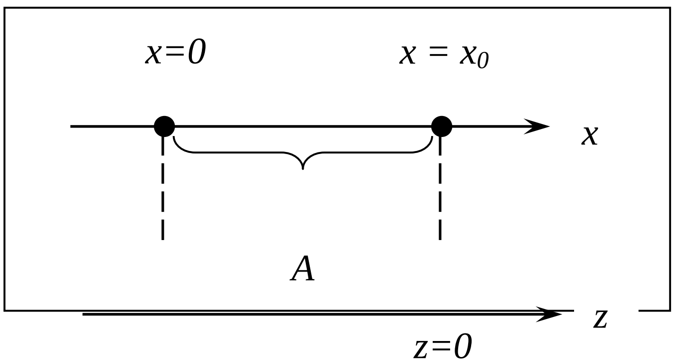
Ответ: $\boxed{\vec{E}(0) = \dfrac{Q\cdot\Delta S}{16\pi\varepsilon_0 R^4}}$.

На полную (целую) заряженную положительным зарядом Q сферу, наложим отрицательно заряженную поверхность ΔS. За счёт компенсации зарядов участок ΔS сферы будет незаряженным. По принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$. Но напряжённость поля внутри заряженной сферы равна нулю $\vec{E}_+ = 0$, а поле маленького участка ΔS с напряжённостью $\vec{E}_-$ можно рассматривать как поле точечного заряда $\Delta q = Q\dfrac{\Delta S}{4\pi R^2}$. Тогда напряжённость $\cdot\upsilon\cdot\Delta t$ электрического поля в центре сферы $\vec{E} = \vec{E}(0) = \vec{E}_- = \dfrac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{Q\cdot\Delta S}{16\pi\varepsilon_0 R^4}$.

З А Д А Ч А 4.

Ответ: $\boxed{E_{КИН}^{\max} = \dfrac{m\upsilon_m{}^2}{2} = \dfrac{eE_0{}^2}{b}}$;

$\boxed{t = \dfrac{T}{4} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{2eb}}}$.



Заряд α - частицы $q = 2e$. Сила, действующая на частицу $F_x = q(E_0 - bx)$.

Точка равновесия $F_x = 0$, т.е. $x = x_0 = \dfrac{E_0}{b}$.

Введём новую координату $z = x = x_0$. Тогда $F_Z = -qbz$. Ускорение частицы $a_Z = -\dfrac{qb}{m} z = -\omega^2 z$. Движение колебательное с частотой $\omega = \sqrt{\dfrac{qb}{m}} = \sqrt{\dfrac{2eb}{m}}$

и периодом $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2eb}}$. Амплитуда колебаний $A = x_0$.

Максимальная скорость $\upsilon_m = A\omega$.

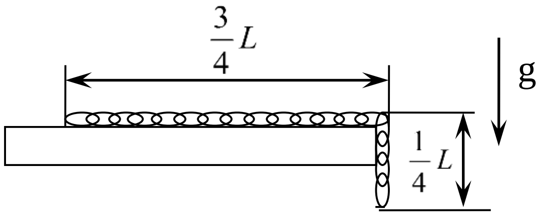
Максимальная кинетическая энергия $E_{КИН}^{\max} = \dfrac{m\upsilon_m{}^2}{2} = \dfrac{eE_0{}^2}{b}$.

Эта энергия достигается через время $t = \dfrac{T}{4} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{2eb}}$.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 15

З А Д А Ч А 1.

Ответ: $\boxed{\upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{3 \cdot g \cdot L}}$.



Коэффициент трения $\mu = \frac{1}{3}$.

Работа силы трения

$$\left|A_{TP}\right| = \frac{3}{32} m \cdot L \cdot g$$

Из закона сохранения энергии

$E_{КИН} = (П_1 - П_2) - \left|A_{TP}\right|$, где П - потенциальная энергия цепочки, отсчитываемая от края стола. $П_1 = -\frac{1}{32} m \cdot g \cdot L$; $П_2 = -\frac{1}{2} m \cdot g \cdot L$.

Тогда $\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{3}{8} m \cdot g \cdot L$. Откуда $\upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{3 \cdot g \cdot L}$.

З А Д А Ч А 2.

Ответ: $\boxed{m = \frac{A}{q} \cdot \frac{4^{\alpha}}{(4^{\alpha} - 1)}}$.

КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A}{mq}$, откуда $m = \frac{A}{q \cdot \eta}$ (1)

КПД цикла $\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = 1 - \frac{Q_X}{Q_H}$;

$$Q_H = c_V (T_1 - T_4);$$

$$Q_X = c_V (T_2 - T_3).$$

$\eta = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}$. (2) Используя уравнение адиабаты, получим:

$$m = \frac{A}{q \cdot \eta} = \frac{A}{q} \cdot \frac{4^{\alpha}}{(4^{\alpha} - 1)}.$$

З А Д А Ч А 3.

Ответ: $\boxed{Q = \frac{7q}{6}}$.

Согласно принципу суперпозиции, $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_o R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_o 2R} - \frac{2q}{4\pi\varepsilon_o 3R} = 0$,

откуда $Q = \frac{7q}{6}$. Именно этот заряд $Q = \frac{7q}{6}$ и протечёт через гальванометр.

З А Д А Ч А 4.

Ответ: $\boxed{\dot{m} = \frac{W \cdot R^2(1+\rho)}{4 \cdot r^2 \cdot c}\sqrt{\frac{m_i}{2eU}} = 0{,}12\,\frac{мг}{с}}$.

С учётом коэффициента отражения, сила светового давления $F_{св} = \frac{W \cdot R^2(1+\rho)}{4 \cdot r^2 \cdot c}$

Реактивная сила тяги ионного двигателя $F_P = \dot{m} \cdot \upsilon$, где $\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m_i}}$, а

$\dot{m} = \frac{dm}{dt}$ - расход рабочего вещества в 1 с.; υ - относительная скорость вылета ионов из двигателя.

Итак, при $F_{CB} = F_P$ получим $\frac{W \cdot R^2(1+\rho)}{4 \cdot r^2 \cdot c} = \dot{m}\sqrt{\frac{2eU}{m_i}}$,

откуда $\dot{m} = \frac{W \cdot R^2(1+\rho)}{4 \cdot r^2 \cdot c}\sqrt{\frac{m_i}{2eU}} = 0{,}12\,\frac{мг}{с}$.

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 19

З А Д А Ч А 1.

Ответ: $\boxed{m_2 = m}$.

По закону сохранения импульса

$$P_2 = \sqrt{P^2{}_1 + (P_1')^2 - 2P_1\, P_1' \cdot \cos\alpha} \qquad (1)$$

По закону сохранения энергии

$\dfrac{P_1^{\,2}}{2m} = \dfrac{(P'{}_1)^2}{2m} + \dfrac{P_2^{\,2}}{2m_2}$, (2) Подставляя (1) в (2), получим $m_2 = m$.

З А Д А Ч А 2.

Ответ: $\boxed{\eta = 1 - \dfrac{5}{3} \cdot \dfrac{n-1}{n^{\alpha+1} - 1}}$.

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \qquad (1)$$

$$\eta = 1 - \frac{5}{3}\frac{(T_2 - T_3)}{(T_1 - T_3)} \qquad (2)$$

Используя уравнение адиабаты, получим

$$\eta = 1 - \frac{5}{3}\frac{(nT_3 - T_3)}{(n^{\alpha+1}T_3 - T_3)} = 1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{n-1}{n^{\alpha+1} - 1}.$$

З А Д А Ч А 3.

Ответ: $\boxed{\upsilon = \dfrac{q}{2}\sqrt{\dfrac{1}{3 \cdot m \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}}}$.

На заземлённой сфере появится заряд Q.

Из условия заземления $\dfrac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 R} + \dfrac{q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 2R} - \dfrac{2q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 3R} = 0$

Отсюда $Q = \dfrac{2q}{3} - \dfrac{q}{2} = \dfrac{q}{6}$.

Потенциал точки С**:** $\varphi_C = \dfrac{\dfrac{q}{6} + q - 2q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 5R} = -\dfrac{q}{24\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}$.

Условие, когда заряд q долетит до точки С**:** $\dfrac{m\upsilon^2}{2} = q\varphi_C$.

Отсюда $\upsilon^2 = \dfrac{2q\varphi_C}{m} = \dfrac{2q \cdot q}{24 \cdot m \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}$; $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2q \cdot q}{24 \cdot m \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}} = \dfrac{q}{2}\sqrt{\dfrac{1}{3 \cdot m \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}}$.

З А Д А Ч А 4.

Ответ: $\boxed{\Delta = 3{,}46 \cdot 10^{-3} \textit{м} = 3{,}46 \ \textit{мм}}$.

Так как ионы проходят скрещенные поля без отклонения, то их скорость $\upsilon = \dfrac{E}{B} = 5000 \ \textit{м}/\textit{с}$

Каждый ион будет двигаться по окружности радиуса $R = \dfrac{m\upsilon}{B_1 e}$, следовательно $\Delta = 2R_2 - 2R_1$.

Подставляя числовые значения, получим $\Delta = 3{,}46 \cdot 10^{-3} \textit{м} = 3{,}46 \ \textit{мм}$

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 21

З А Д А Ч А 1.

Ответ: $\boxed{\alpha = 60^0}$.

По закону сохранения импульса

$$P_2 = \sqrt{P^2{}_1 + (P_1')^2 - 2P_1\, P_1' \cdot \cos\alpha} \qquad (1)$$

По закону сохранения энергии

$\dfrac{P_1^{\,2}}{2m} = \dfrac{(P'{}_1)^2}{2m} + \dfrac{P_2^{\,2}}{2m}$, (2) Подставляя (1) в (2), получим $\dfrac{3}{4}P_1^{\,2} = P_1^{\,2} + \dfrac{P_1^{\,2}}{4} - 2P_1\dfrac{P_1}{2}\cos\alpha$,

откуда $\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$; $\alpha = 60^0$.

З А Д А Ч А 2.

Ответ: $\boxed{\eta = 1 - \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{n^{\alpha+1} - 1}{n^{\alpha}(n-1)}}$.

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{3}{5}\frac{(T_2 - T_3)}{(T_2 - T_1)}$$

$PV_1 = \dfrac{m}{\mu}RT_1$; $PV_2 = \dfrac{m}{\mu}RT_2$; Из этих соотношений

$\dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{V_2}{V_1} = n$; отсюда $T_2 = nT_1$.

Используя уравнение адиабаты, получим $\eta = 1 - \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{n^{\alpha+1} - 1}{n^{\alpha}(n-1)}$.

З А Д А Ч А 3.

Ответ: $\boxed{\upsilon = \dfrac{q}{3}\sqrt{\dfrac{1}{2 \cdot m \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}}}$.

Потенциал точки на поверхности наружной сферы**:**

$$\varphi_C = -\frac{q}{36\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}.$$

Условие, когда заряд q долетит до точки С на поверхности наружной сферы $\dfrac{m\upsilon^2}{2} = q\varphi_C$.

Отсюда $\upsilon = \dfrac{q}{3}\sqrt{\dfrac{1}{2 \cdot m \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R}}$.

.З А Д А Ч А 4.

Ответ: $\boxed{\Delta = 4{,}61 \cdot 10^{-3} м = 4{,}61\ мм}$.

Так как ионы проходят скрещенные поля без отклонения, то их скорость, $\upsilon = \dfrac{E}{B} = 5000\ м/с$. Каждый ион будет двигаться по окружности радиуса $R = \dfrac{m\upsilon}{B_1 e}$,

следовательно $\Delta = 2R_2 - 2R_1$.

Подставляя числовые значения, получим $\Delta = 16{,}6 \cdot 10^{-2} м = 4{,}61\ см$.