Критерии оценивания задач.

За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до максимального балла (MAX). Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.

Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна — две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1 — 2 балла.

Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX.

За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин, но при правильном решении задачи, можно снять 1— 2 балла.

В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

Верные решения задач могут отличаться от авторских. Также никакие критерии не могут быть всеобъемлющими. Во всех случаях, не предусмотренных критериями, просьба руководствоваться соображениями здравого смысла и педагогическим опытом эксперта.

Решение варианта 11

1. Мяч бросают вертикально вверх с поверхности земли с такой начальной скоростью, что он достигает максимальной высоты h = 19 м. На какой высоте потенциальная энергия мяча была на 10% меньше кинетической? Сопротивлением воздуха пренебречь. Потенциальная энергия мяча на поверхности земли равна нулю. (MAX = 10 баллов)

Возможное решение

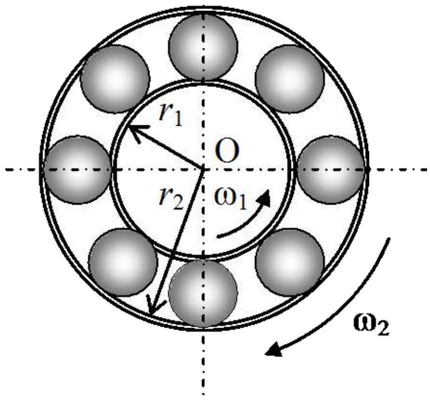
$$\begin{cases} \dfrac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = mgh, \\ mgh_1 = 0{,}9 \cdot \dfrac{mv_1^2}{2} \end{cases} \Rightarrow h_1 = \frac{9}{19}h = 9 \text{ м.}$$

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**

1	Записана закон сохранения энергии	3 балла
2	Записана связь потенциальной и кинетической энергий	2 балла
3	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 3 баллов
4	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

2. Внутреннее кольцо шарикоподшипника, имеющее радиус $r_1 = 2r$, вращается вокруг своего центра О с угловой скоростью $\omega_1 = \omega$ против часовой стрелки, а внешнее, имеющее радиус $r_2 = 3r$, вращается вокруг центра О по часовой стрелке с угловой скоростью $\omega_2 = 2\omega$ (см. рис.). Считая, что шарикоподшипник не движется как целое, найдите угловую скорость вращения центров шариков вокруг точки О. Шарики катятся без проскальзывания и не соприкасаются между собой.



(MAX = 15 баллов)

Возможное решение

Линейные скорости нижней и верхней точек шариков: $v_1 = \omega_1 r_1 = 2\omega r$, $v_2 = \omega_2 r_2 = 6\omega r$. Обозначим v_0 – скорость поступательного движения шариков, $v_{вр.}$ – скорость их вращательного движения вокруг собственной оси.

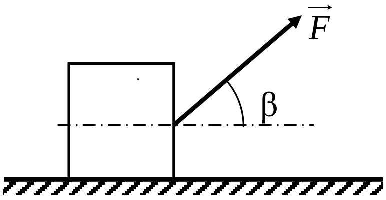
$$\begin{cases} v_2 = v_{вр.} + v_0, \\ v_1 = v_{вр.} - v_0 \end{cases} \Rightarrow v_0 = \frac{v_2 - v_1}{2} = 2\omega r, \Rightarrow \omega_O = \frac{v_0}{\frac{r_1 + r_2}{2}} = \frac{2\omega r}{\frac{5}{2}r} = \frac{4}{5}\omega.$$

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**

1	Записаны формулы и получены выражения для линейных скоростей v_2 и v_1 нижней и верхней точек шариков	По 1 балла за каждое выражение – всего 2 балла
2	Указаны направления скоростей v_2 и v_1	По 1 баллу за правильный ответ – всего 2 балла
3	Записаны уравнения закона сложения скоростей для v_2 и v_1	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получено выражение для скорости поступат. движения шариков v_0	от 1 до 2 баллов
5	Получено выражение для угловой скорости ω_O	от 1 до 5 баллов

3. На заготовку массы m = 1 кг, в начальный момент времени покоившуюся на горизонтальном неподвижном конвейере, в течение времени t_1 = 10 с действует сила F = 10 Н, направленная под углом $\beta = \pi/3$ вверх к горизонту (см. рис.). На какое расстояние переместится заготовка за время T = 40 с (время отсчитывается от начала действия силы F)? Коэффициент трения заготовки о поверхность конвейера μ = 0,9.

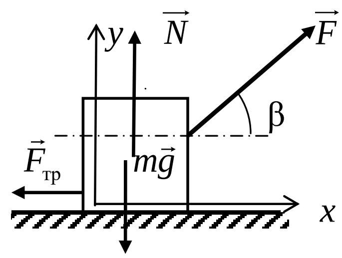


(MAX = 15 баллов)

Возможное решение

1) Уравнения динамики за интервал времени $(0, t_1)$:

$$\begin{cases} x: F\cos\beta - F_{\text{тр}} = ma_1, \\ y: N + F\sin\beta - mg = 0. \end{cases}$$



Посчитаем $F_{\text{тр.max}} = \mu N = \mu(mg - F\sin\beta) = 1{,}2$ Н.

$F\cos\beta = 10 \cdot 0{,}5 = 5$ Н $> F_{\text{тр.max}}$.

Это означает, что заготовка движется с ускорением $a_1 = \dfrac{F\cos\beta - F_{\text{тр}}}{m} = 3{,}8\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Посчитаем перемещение за интервал времени $(0, t_1)$ и скорость заготовки в конце этого интервала.

$s_1 = \dfrac{a_1 t_1^2}{2} = \dfrac{3{,}8 \cdot 100}{2} = 190$ м, $v_1 = a_1 t_1 = 3{,}8 \cdot 10 = 38\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

2) За интервал времени $(t_1, T) = (10\text{ с}, 40\text{ с})$. $t_2 = T - t_1 = 30$ с.

Ускорение тела направлено противоположно оси x и равно $a_2 = \mu g = 9\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Уравнение для скорости тела: $v_x(t') = v_1 - a_2 t'$. Время остановки $t_{\text{ост}}$ найдем из условия: $v_x(t_{\text{ост}}) = 0$. $\Rightarrow$ $t_{\text{ост}} = \dfrac{v_1}{a_2} = \dfrac{38}{9} = 4{,}2$ с $< t_2$. Значит, **тело остановится раньше, чем пройдет полное время *T***.

Максимальное перемещение тела за это время $s_2 = \dfrac{v_1^2}{2a_2} = \dfrac{38^2}{2 \cdot 9} = 80{,}2$ м.

3) Полное перемещение $s = s_1 + s_2 = 190 + 80{,}2 \approx 270$ м.

Из-за возможных ошибок округления за правильное числовое значение следует принять любое числовое значение s, лежащее в интервале **(250 м – 280 м).**

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записаны уравнения динамики за интервал времени $(0, t_1)$	от 1 до 2 баллов
2	Получена формула для ускорения a_1	от 1 до 2 баллов

3	Установлено что $a_1 > 0$	2 балла
4	Получены формулы для v_1 и s_1	от 1 до 2 баллов
5	Получена формула для ускорения a_2	1 балл
6	Установлено, что заготовка остановится раньше, чем пройдет время T.	от 1 до 2 баллов
7	Получена формула для s_2	от 1 до 2 баллов
8	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ для s	от 1 до 2 баллов

4. Для выполнения проектной работы ученик изготовил модель аппарата для подводной видеосъемки. Средняя плотность модели получилась равной ρ = 1150 кг/м^3, поэтому модель тонула в воде. Ученик прикрепил к ней несколько воздушных шариков. В результате испытаний в пресной речной воде оказалось, что при погружении на глубину, не превышающую критической величины $h_п$ = 1 м, модель с прикрепленными к ней шариками всплывает, а при погружении на большую глубину тонет. Какой критической глубины достигает модель с теми же шариками при погружении в соленую морскую воду? Считайте, что в обоих опытах погружения температуры воды и воздуха не меняются, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па. Плотность пресной воды $ρ_п$ = 1000 кг/м^3, плотность соленой воды $ρ_с$ = 1050 кг/м^3. Массой шариков и воздуха в них можно пренебречь. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. (MAX = 30 баллов)

Возможное решение

Обозначим M и V массу и объем модели: $M = \rho V$. Пусть V_0, $V_с$ и $V_п$ – объемы воздуха в шариках соответственно над водой, при погружении на критическую глубины в соленой и пресной воде; T_0 и $T_в$ – температуры воздуха в шариках над водой и в воде. Тогда

$$\begin{cases} Mg = \rho_c(V+V_c)g, \\ Mg = \rho_n(V+V_n)g, \\ \dfrac{p_0V_0}{T_0} = \dfrac{(p_0+\rho_c g h_c)V_c}{T_в}, \\ \dfrac{p_0V_0}{T_0} = \dfrac{(p_0+\rho_c g h_n)V_n}{T_в}. \end{cases} \Rightarrow h_c = \frac{1}{\rho_c g}\left(\frac{\rho_c(\rho-\rho_n)(p_0+\rho_n g h_n)}{\rho_n(\rho-\rho_c)} - p_0\right) = 7\,\text{м}.$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записана формула для плотности модели	1 балл
2	Записаны уравнения равновесия модели в соленой и пресной воде	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла
3	Записаны выражения для давления воздуха в шариках в соленой и пресной воде	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла
4	Записаны уравнения Клапейрона для воздуха в шариках в соленой и пресной воде	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получена формула для $h_с$	от 1 до 15 баллов
6	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

Критерии оценивания задач.

За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до максимального балла (MAX). Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.

Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна — две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1 — 2 балла.

Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX.

За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин, но при правильном решении задачи, можно снять 1— 2 балла.

В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

Верные решения задач могут отличаться от авторских. Также никакие критерии не могут быть всеобъемлющими. Во всех случаях, не предусмотренных критериями, просьба руководствоваться соображениями здравого смысла и педагогическим опытом эксперта.

Решение варианта 12

1. Мяч бросают вертикально вверх с поверхности земли с начальной скоростью v_0 = 3 м/с. Чему равна скорость мяча на высоте, на которой его кинетическая энергия на 25% больше потенциальной? Сопротивлением воздуха пренебречь. Потенциальная энергия мяча на поверхности земли равна нулю. (MAX = 10 баллов)

Возможное решение

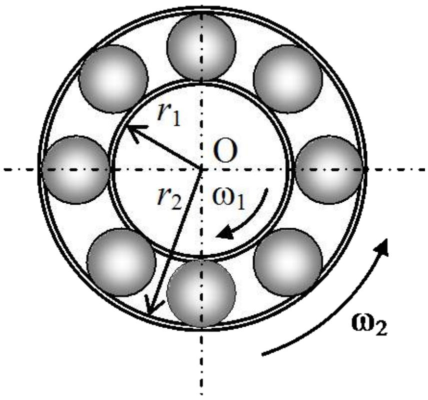
$$\begin{cases} \dfrac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \dfrac{mv_0^2}{2}, \\ \dfrac{mv_1^2}{2} = 1,25mgh_1. \end{cases} \Rightarrow v_1 = \frac{\sqrt{5}}{3} v_0 = 2,24 \text{ м/с.}$$

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записана закон сохранения энергии	3 балла

2	Записана связь потенциальной и кинетической энергий	2 балла
3	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 3 баллов
4	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

2. Внутреннее кольцо шарикоподшипника, имеющее радиус $r_1 = 3r$, вращается вокруг своего центра О с угловой скоростью $\omega_1 = 2\omega$ по часовой стрелке, а внешнее, имеющее радиус $r_2 = 4r$, вращается вокруг центра О против часовой стрелки с угловой скоростью $\omega_2 = \omega$ (см. рис.). Считая, что шарикоподшипник не движется как целое, найдите угловую скорость вращения центров шариков вокруг точки О. Шарики катятся без проскальзывания и не соприкасаются между собой.



(MAX = 15 баллов)

Возможное решение

Линейные скорости нижней и верхней точек шариков: $v_1 = \omega_1 r_1 = 6\omega r$, $v_2 = \omega_2 r_2 = 4\omega r$. Обозначим v_0 – скорость поступательного движения шариков, $v_{вр.}$ – скорость их вращательного движения вокруг собственной оси.

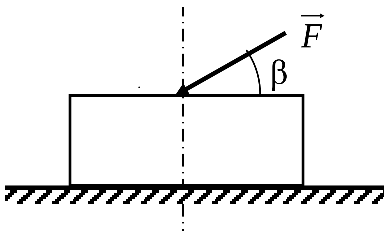
$$\begin{cases} v_2 = v_{вр.} - v_0, \\ v_1 = v_{вр.} + v_0. \end{cases} \Rightarrow v_0 = \frac{v_1 - v_2}{2} = \omega r, \Rightarrow \omega_O = \frac{v_0}{\frac{r_1 + r_2}{2}} = \frac{\omega r}{\frac{7}{2} r} = \frac{2}{7}\omega.$$

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**

1	Записаны формулы и получены выражения для линейных скоростей v_2 и v_1 нижней и верхней точек шариков	По 1 балла за каждое выражение – всего 2 балла
2	Указаны направления скоростей v_2 и v_1	По 1 баллу за правильный ответ – всего 2 балла
3	Записаны уравнения закона сложения скоростей для v_2 и v_1	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получено выражение для скорости поступат. движения шариков v_0	от 1 до 2 баллов
5	Получено выражение для угловой скорости ω_O	от 1 до 5 баллов

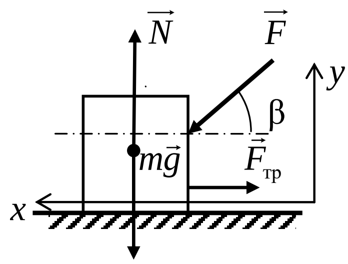
3. На заготовку массы m = 3 кг, в начальный момент времени покоившуюся на горизонтальном неподвижном конвейере, в течение времени t_1 = 10 с действует сила F = 15 Н, направленная под углом β = π/6 вниз к горизонту (см. рис.). На какое расстояние переместится заготовка за время T = 18 с (время отсчитывается от начала действия силы F)? Коэффициент трения заготовки о поверхность конвейера μ = 0,3.



(MAX = 15 баллов)

Возможное решение

1) Уравнения динамики за интервал времени $(0, t_1)$:



$$\begin{cases} x: F\cos\beta - F_{тр} = ma_1, \\ y: N - F\sin\beta - mg = 0. \end{cases}$$

Посчитаем $F_{тр.max} = \mu N = \mu(mg + F\sin\beta) = 11,25$ Н.

$$F\cos\beta = 15\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 12,99 \text{ Н} > F_{тр.max}.$$

Это означает, что тело движется с ускорением $a_1 = \dfrac{F\cos\beta - F_{тр}}{m} = \dfrac{12,99 - 11,25}{3} = 0,58\,\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Посчитаем перемещение за интервал времени $(0,t_1)$ и скорость тела в конце этого интервала.

$s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{0,58 \cdot 100}{2} = 29$ м, $v_1 = a_1 t_1 = 0,58 \cdot 10 = 5,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2) За интервал времени $(t_1, T) = (10\text{ с}, 18\text{ с})$. $t_2 = T - t_1 = 8$ с.

Ускорение тела направлено противоположно оси x и равно $a_2 = \mu g = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Уравнение для скорости тела: $v_x(t') = v_1 - a_2 t'$. Время остановки $t_{\text{ост}}$ найдем из условия: $v_x(t_{\text{ост}}) = 0$. $\Rightarrow$ $t_{\text{ост}} = \frac{v_1}{a_2} = \frac{5,8}{3} = 1,93\text{ с} < t_2$. Значит, **тело остановится раньше, чем пройдет полное время *T***.

Максимальное перемещение тела за это время $s_2 = \frac{v_1^2}{2a_2} = \frac{5,8^2}{2 \cdot 3} = 5,6$ м.

3) Полное перемещение $s = s_1 + s_2 = 29 + 5,6 = 34,6$ м.

Из-за возможных ошибок округления за правильное числовое значение следует принять любое числовое значение s, лежащее в интервале **(30 м – 35 м).**

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записаны уравнения динамики за интервал времени $(0,t_1)$	от 1 до 2 баллов
2	Получена формула для ускорения a_1	от 1 до 2 баллов
3	Установлено что $a_1 > 0$	2 балла
4	Получены формулы для v_1 и s_1	от 1 до 2 баллов
5	Получена формула для ускорения a_2	1 балл
6	Установлено, что заготовка остановится раньше, чем пройдет время *T*.	от 1 до 2 баллов
7	Получена формула для s_2	от 1 до 2 баллов
8	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ для s	от 1 до 2 баллов

4. Для выполнения проектной работы ученик изготовил модель аппарата для подводной видеосъемки. Средняя плотность модели получилась равной ρ = 1150 кг/м^3, поэтому модель тонула в воде. Ученик прикрепил к ней несколько воздушных шариков. В результате испытаний в соленой морской воде оказалось, что при погружении на глубину, не превышающую критической величины $h_с$ = 7 м, модель с прикрепленными к ней шариками всплывает, а при погружении на большую глубину тонет. Какой критической глубины достигает модель с теми же шариками при погружении в пресную речную воду? Считайте, что в обоих опытах погружения температуры воды и воздуха не меняются, атмосферное давление p_0 = 10^5 Па. Плотность пресной воды $\rho_п$ = 1000 кг/м^3, плотность соленой воды $\rho_с$ = 1050 кг/м^3. Массой шариков и воздуха в них можно пренебречь. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. (MAX = 30 баллов)

Возможное решение

Обозначим M и V массу и объем модели: $M = \rho V$. Пусть V_0, $V_с$ и $V_п$ – объемы воздуха в шариках соответственно над водой, при погружении на критическую глубины в соленой и пресной воде; T_0 и $T_в$ – температуры воздуха в шариках над водой и в воде. Тогда

$$\begin{cases} Mg = \rho_c(V + V_c)g, \\ Mg = \rho_n(V + V_n)g, \\ \dfrac{p_0 V_0}{T_0} = \dfrac{(p_0 + \rho_c g h_c)V_c}{T_в}, \\ \dfrac{p_0 V_0}{T_0} = \dfrac{(p_0 + \rho_c g h_n)V_n}{T_в}. \end{cases} \Rightarrow h_n = \frac{1}{\rho_n g}\left(\frac{\rho_n(\rho - \rho_c)(p_0 + \rho_c g h_c)}{\rho_c(\rho - \rho_n)} - p_0\right) = 1 \text{м}.$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записана формула для плотности модели	1 балл
2	Записаны уравнения равновесия модели в соленой и пресной воде	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла
3	Записаны выражения для давления воздуха в шариках в соленой и пресной воде	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла
4	Записаны уравнения Клапейрона для воздуха в шариках в соленой и пресной воде	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получена формула для $h_п$	от 1 до 15 баллов
6	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

Критерии оценивания задач.

За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до максимального балла (MAX). Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.

Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна — две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1 — 2 балла.

Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX.

За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин, но при правильном решении задачи, можно снять 1— 2 балла.

В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

Верные решения задач могут отличаться от авторских. Также никакие критерии не могут быть всеобъемлющими. Во всех случаях, не предусмотренных критериями, просьба руководствоваться соображениями здравого смысла и педагогическим опытом эксперта.

Вариант 13

1. В сосуде находится озон O_3 при температуре t_1 = 527°C. Через некоторое время он полностью превращается в кислород O_2, а температура в сосуде падает до t_2 = 127°C. На сколько процентов изменилось при этом давление газа? (MAX = 10 баллов)

Возможное решение

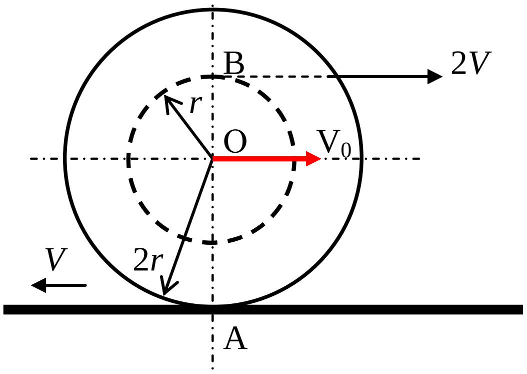
$$\begin{cases} p_1 = \dfrac{m}{\mu_1 V} RT_1, \\ p_2 = \dfrac{m}{\mu_2 V} RT_2. \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{T_2 \mu_1}{T \mu_2} - 1 = -\frac{1}{4}$$. Давление уменьшится на 25%.

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.

1	Записаны уравнения состояния для озона и кислорода	от 1 до 2 баллов за каждое уравнение – всего 4 балла
2	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 4 баллов
3	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

2. Катушка с нитками находится на ленте транспортера, движущейся со скоростью V. Катушку тянут за нить в противоположную сторону со скоростью $2V$, как показано на рисунке. Катушка катится по поверхности ленты без проскальзывания. С какой скоростью и в каком направлении движется центр катушки О? Чему равна угловая скорость вращения катушки относительно точки О? Радиусы катушки считать известными.



(MAX = 15 баллов)

Возможное решение

Обозначим V_0 – скорость поступательного движения центра О катушки, ω – угловая скорость вращения катушки относительно точки О. Считаем, что $\vec{V}_0$ направлена вправо. Тогда для точек А и В катушки получим уравнения

$$\begin{cases} V = \omega \cdot 2r - V_0, \\ 2V = \omega r + V_0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = V, \\ \omega = \dfrac{V}{r}. \end{cases}$$ Центр катушки движется вправо.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Правильно записана формула для скоростей вращательного движения точек А и В	По 1 баллу за правильный ответ – всего 2 балла
2	Записаны уравнения закона сложения скоростей для точек А и В	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла

3	Указаны направления скоростей v_2 и v_1	По 1 баллу за правильный ответ – всего 2 балла
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для V_0	1 балл
6	Получена формула для угловой скорости ω	1 балл
7	Указано правильное направление движения центра катушки	1 балл

3. Система состоит из двух небесных тел, находящихся на расстоянии r друг от друга. Найдите период обращения небесных тел вокруг общего центра масс, если радиус первого небесного тела r_1, радиус второго небесного тела r_2, первая космическая скорость для первого небесного тела v_1, вторая космическая скорость для второго небесного тела v_2. Радиусы небесных тел много меньше расстояния между ними. (MAX = 15 баллов)

Возможное решение

1) Пусть m_1, m_2 – массы небесных тел, r – расстояние между ними, x_1, x_2 – радиусы вращения небесных тел, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ – угловая скорость вращения тел. Тогда

$$\begin{cases} G\dfrac{m_1m_2}{r^2} = m_1\omega^2x_1, \\ G\dfrac{m_1m_2}{r^2} = m_2\omega^2x_2, \\ x_1 + x_2 = r, \\ T = \dfrac{2\pi}{\omega}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{m_2r}{m_1+m_2}, \\ x_2 = \dfrac{m_1r}{m_1+m_2}, \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{G(m_1+m_2)}}. \end{cases}$$

2) Найдем массу m_1, пользуясь тем, что известна v_1 – первая космическая скорость.

$$\frac{mv_1^2}{r_1} = G\frac{mm_1}{r_1^2}, \Rightarrow m_1 = \frac{v_1^2r_1}{G}.$$

3) Найдем массу m_2, пользуясь тем, что известна v_2 – вторая космическая скорость.

$$-G\frac{mm_2}{r_2} + \frac{mv_2^2}{2} = 0, \Rightarrow m_2 = \frac{v_2^2r_2}{2G}.$$

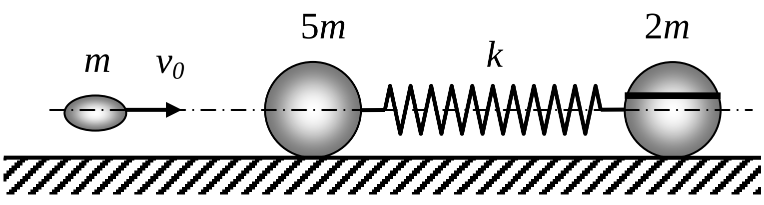
4) Получим окончательную формулу

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{v_1^2 r_1 + \frac{v_2^2 r_2}{2}}}.$$

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записаны уравнения второго закона Ньютона для каждого из небесных тел	по 1 баллу за каждое уравнение – всего 2 балла
2	Записана связь периода и угловой скорости (или периода и линейной скорости)	от 1 до 2 баллов
3	Получено выражение для m_1 (используя определение первой космической скорости)	от 1 до 3 баллов
4	Получено выражение для m_2 (используя определение второй космической скорости)	от 1 до 3 баллов
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 4 баллов
6	Получен окончательный ответ для T	1 балл

4. Шарики одинакового радиуса, массы $5m$ и $2m$, соединенные невесомой недеформированной пружиной жесткости k, лежат неподвижно на горизонтальном гладком столе (см. рис.). Шарик массы $2m$ разрезан на две части вдоль плоскости, параллельной плоскости стола. Пуля массы m летит со скоростью v_0 по линии, соединяющей центры шариков, и застревает в шарике массой $5m$. Время соударения шарика и пули мало по сравнению с временем деформации пружины. Определите минимальное значение коэффициента трения между частями разрезанного шарика, при котором эти части не будут проскальзывать друг относительно друга при дальнейшем движении шариков.



(MAX = 30 баллов)

Возможное решение

1) Абсолютно неупругое столкновение пули и шарика 5m в предположении, что время их соударения много меньше времени деформации пружины.

$$mv_0 = 6mv_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{6}.$$

2) Найдем максимальное сжатие пружины $x_{\max}$, используя законы сохранения энергии и импульса. При этом скорости шариков одинаковы и равны u.

$$\begin{cases} \dfrac{6m}{2}\cdot\left(\dfrac{v_0}{6}\right)^2 = \dfrac{kx_{\max}^2}{2} + \dfrac{8mu^2}{2}, \\ 6m\dfrac{v_0}{6} = 8mu. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \dfrac{v_0}{8}, \\ x_{\max} = \dfrac{v_0}{2}\sqrt{\dfrac{m}{6k}} \end{cases}$$

3) В случае максимального сжатия (максимального растяжения) сила упругости пружины равна

$$F_{упр.\max} = kx_{\max} = 2ma_{\max}. \Rightarrow a_{\max} = \frac{kx_{\max}}{2m} = \frac{v_0}{4}\sqrt{\frac{k}{6m}}.$$

4) Пусть масса верхней части шарика 2m равна m_0, и запишем для нее второй закон Ньютона. На нее действует сила трения покоя $F_{тр.пок.} \le \mu m_0 g$.

$$m_0 a_{\max} = F_{тр.пок.} \le \mu m_0 g. \Rightarrow \mu \ge \frac{a_{\max}}{g}. \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{a_{\max}}{g} = \frac{v_0}{4g}\sqrt{\frac{k}{6m}}.$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записаны уравнения законов сохранения импульса и энергии при столкновении шариков m и 5m	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
2	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена скорость v_2	от 1 до 6 баллов в зависимости от полноты объяснений
3	Записаны уравнения законов сохранения импульса и энергии при максимальном сжатии пружины	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
4	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для x_{max}	от 1 до 6 баллов в зависимости от полноты объяснений
5	Получена формула для максимального ускоения a_{max}	от 1 до 4 баллов
6	Получена формула для $\mu_{\min}$	от 1 до 6 баллов

Критерии оценивания задач.

За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до максимального балла (MAX). Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.

Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна — две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1 — 2 балла.

Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX.

За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин, но при правильном решении задачи, можно снять 1— 2 балла.

В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

Верные решения задач могут отличаться от авторских. Также никакие критерии не могут быть всеобъемлющими. Во всех случаях, не предусмотренных критериями, просьба руководствоваться соображениями здравого смысла и педагогическим опытом эксперта.

Вариант 14

1. Баллон объемом $V = 0{,}02$ м^3 содержит сжатый кислород при температуре $t_1 = 27°C$ и давлении $p_1 = 7{,}5$ МПа. В процессе газосварки давление в баллоне понизилось на 20%, а температура уменьшилась на 5°C. Какая масса кислорода была израсходована при газосварке? MAX = 10 баллов)

Возможное решение

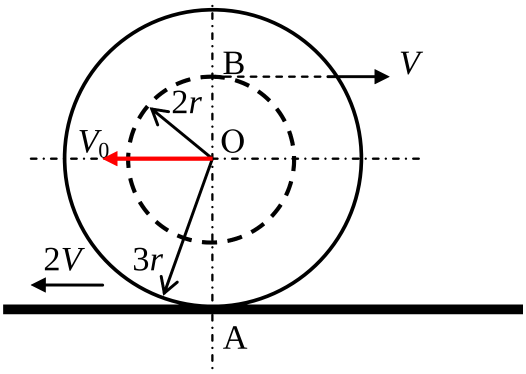
$$\begin{cases} p_1V = \dfrac{m_1}{\mu}RT_1, \\ p_2V = \dfrac{m_2}{\mu}RT_2. \end{cases} \Rightarrow \Delta m = m_1 - m_2 = \frac{\mu V}{R}\left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right) = 0{,}36 \text{ кг.}$$

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записаны уравнения состояния для озона и кислорода	от 1 до 2 баллов за каждое уравнение – всего 4 балла

2	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 4 баллов
3	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ	от 1 до 2 баллов

2. Катушка с нитками находится на ленте транспортера, движущейся со скоростью $2V$. Катушку тянут за нить в противоположную сторону со скоростью V, как показано на рисунке. Катушка катится по поверхности ленты без проскальзывания. С какой скоростью и в каком направлении движется центр катушки O? Чему равна угловая скорость вращения катушки относительно точки O? Радиусы катушки считать известными.



(MAX = 15 баллов)

Возможное решение

Обозначим V_0 – скорость поступательного движения центра O катушки, ω – угловая скорость вращения катушки относительно точки O. Считаем, что $\vec{V}_0$ направлена влево. Тогда для точек A и B катушки получим уравнения

$$\begin{cases} 2V = V_0 + \omega \cdot 3r, \\ V = \omega \cdot 2r - V_0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = \dfrac{V}{5}, \\ \omega = \dfrac{3V}{5r}. \end{cases}$$ Центр катушки движется влево.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Правильно записана формула для скоростей вращательного движения точек A и B	По 1 баллу за правильный ответ – всего 2 балла
2	Записаны уравнения закона сложения скоростей для точек A и B	По 2 балла за каждое выражение – всего 4 балла

3	Указаны направления скоростей v_2 и v_1	По 1 баллу за правильный ответ – всего 2 балла
4	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 4 баллов
5	Получена формула для V_0	1 балл
6	Получена формула для угловой скорости ω	1 балл
7	Указано правильное направление движения центра катушки	1 балл

3. Система, состоящая из двух небесных тел, вращается вокруг общего центра масс с периодом T. При вращении расстояние между телами остается неизменным. Найдите это расстояние r. Известно, что радиус первого небесного тела r_1, ускорение свободного падения вблизи его поверхности g_1, радиус второго небесного тела r_2, вторая космическая скорость для второго небесного тела v_2. Радиусы небесных тел много меньше расстояния между ними. (MAX = 15 баллов)

Возможное решение

1) Пусть m_1, m_2 – массы небесных тел, r – расстояние между ними, x_1, x_2 – радиусы вращения небесных тел, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ – угловая скорость вращения тел. Тогда

$$\begin{cases} G\dfrac{m_1 m_2}{r^2} = m_1\omega^2 x_1, \\ G\dfrac{m_1 m_2}{r^2} = m_2\omega^2 x_2, \\ x_1 + x_2 = r, \\ T = \dfrac{2\pi}{\omega}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{m_2 r}{m_1 + m_2}, \\ x_2 = \dfrac{m_1 r}{m_1 + m_2}, \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{G(m_1+m_2)}}, \end{cases} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{T^2}{4\pi^2}G(m_1+m_2)}.$$

2) Найдем массу m_1, пользуясь тем, что известно g_1 – ускорение свободного падения на его поверхности.

$$mg_1 = G\frac{mm_1}{r_1^2}, \Rightarrow m_1 = \frac{g_1 r_1^2}{G}.$$

3) Найдем массу m_2, пользуясь тем, что известна v_2 – вторая космическая скорость.

$$-G\frac{mm_2}{r_2} + \frac{mv_2^2}{2} = 0, \Rightarrow m_2 = \frac{v_2^2 r_2}{2G}.$$

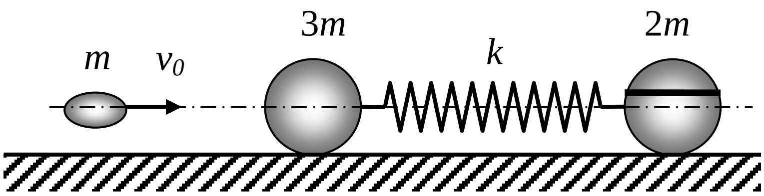
4) Получим окончательную формулу

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{4\pi^2}\left(g_1 r_1^2 + \frac{v_2^2 r_2}{2}\right)}.$$

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записаны уравнения второго закона Ньютона для каждого из небесных тел	по 1 баллу за каждое уравнение – всего 2 балла
2	Записана связь периода и угловой скорости (или периода и линейной скорости)	от 1 до 2 баллов
3	Получено выражение для m_1 (зная ускорение свободного падения на поверхности)	от 1 до 3 баллов
4	Получено выражение для m_2 (используя определение второй космической скорости)	от 1 до 3 баллов
5	Проведены необходимые алгебраические преобразования	от 1 до 4 баллов
6	Получен окончательный ответ для r	1 балл

4. Шарики одинакового радиуса, массы $3m$ и $2m$, соединенные невесомой недеформированной пружиной жесткости k, лежат неподвижно на горизонтальном гладком столе (см. рис.). Шарик массы $2m$ разрезан на две части вдоль плоскости, параллельной плоскости стола. Пуля массы m летит со скоростью v_0 по линии, соединяющей центры шариков, и застревает в шарике массой $3m$. Время соударения шарика и пули мало по сравнению с временем деформации пружины. Определите минимальное значение коэффициента трения между частями разрезанного шарика, при котором эти части не будут проскальзывать друг относительно друга при дальнейшем движении шариков.



(MAX = 30 баллов)

Возможное решение

1) Абсолютно неупругое столкновение пули и шарика $5m$ в предположении, что время их соударения много меньше времени деформации пружины.

$$mv_0 = 4mv_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{4}.$$

2) Найдем максимальное сжатие пружины $x_{\max}$, используя законы сохранения энергии и импульса. При этом скорости шариков одинаковы и равны u.

$$\begin{cases} \frac{4m}{2}\cdot\left(\frac{v_0}{4}\right)^2 = \frac{kx_{\max}^2}{2} + \frac{6mu^2}{2}, \\ 4m\frac{v_0}{4} = 6mu. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{v_0}{6}, \\ x_{\max} = \frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{m}{3k}} \end{cases}$$

3) В случае максимального сжатия (максимального растяжения) сила упругости пружины равна

$$F_{упр.\max} = kx_{\max} = 2ma_{\max} . \Rightarrow a_{\max} = \frac{kx_{\max}}{2m} = \frac{v_0}{4}\sqrt{\frac{k}{3m}}.$$

4) Пусть масса верхней части шарика $2m$ равна m_0, и запишем для нее второй закон Ньютона. На нее действует сила трения покоя $F_{тр.пок.} \le \mu m_0 g$.

$$m_0 a_{\max} = F_{тр.пок.} \le \mu m_0 g . \Rightarrow \mu \ge \frac{a_{\max}}{g} . \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{a_{\max}}{g} = \frac{v_0}{4g}\sqrt{\frac{k}{3m}}.$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**
1	Записаны уравнения законов сохранения импульса и энергии при столкновении шариков m и 5m	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
2	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена скорость v_2	от 1 до 6 баллов в зависимости от полноты объяснений
3	Записаны уравнения законов сохранения импульса и энергии при максимальном сжатии пружины	по 2 балла за каждое уравнение (всего 4 балла)
4	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула для x_{max}	от 1 до 6 баллов в зависимости от полноты объяснений
5	Получена формула для максимального ускоения a_{max}	от 1 до 4 баллов
6	Получена формула для $\mu_{\min}$	от 1 до 6 баллов