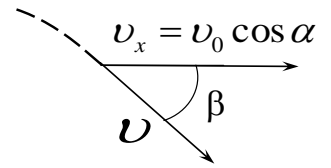
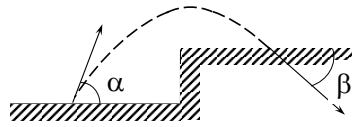


Решение варианта №1

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ:

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right) = 50^\circ.$$



Из рисунка видно, что

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{v}\right).$$

Модуль скорости v найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh, \text{ откуда } v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}, \text{ тогда } \beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right).$$

Подставив $\alpha = 60^\circ$, $v_0 = 10 \text{ м/с}$, $h = 2 \text{ м}$, получим

$$\beta = \arccos\left(\frac{10 \cos 60^\circ}{\sqrt{10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 2}}\right) = \arccos\frac{5}{\sqrt{60}} = \arccos 0,646, \quad \beta = 50^\circ.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов).

Ответ: $T = (m_2 + m_3)g = 30 \text{ Н}; \quad a = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1} = 6 \text{ м/с}^2.$

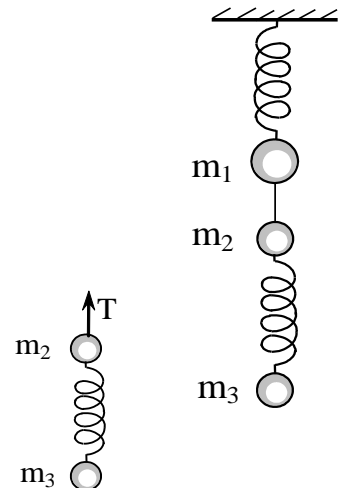
Вектор ускорения направлен вверх.

1. Сила натяжения нити найдём из условия равновесия $T = (m_2 + m_3)g$.

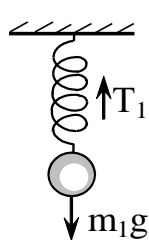
2. Сила упругости в верхней пружине

$$T_1 = (m_1 + m_2 + m_3)g.$$

3. Ускорение шарика массой m_1 :



После пережигания нити исчезает сила T и, следовательно, на шар массой m_1 действуют сила тяжести m_1g и сила упругости T_1 . Ускорение этого шара



$$a = \frac{T_1 - m_1g}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3 - m_1)g}{m_1} = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1}.$$

При $m_1 = 5\text{кг}$; $m_2 = 1\text{кг}$; $m_3 = 2\text{кг}$; $T = (1+2) \cdot 10 = 30\text{Н}$;

$$T_1 = (5+1+2) \cdot 10 = 80\text{Н}$$

$$a = \frac{(1+2) \cdot 10}{5} = 6\text{м/с}^2. \text{ Вектор ускорения направлен вверх.}$$

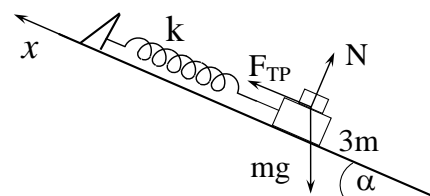
ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ:
$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{4mg \cos \alpha}.$$

В соответствии со вторым законом Ньютона для

шайбы $m\vec{a} = \vec{F}_{\text{ТР}} + m\vec{g} + \vec{N}$. (1)

где $F_{\text{ТР}}$ - сила трения между шайбой и бруском.



При колебательном движении шайбы сила трения достигает максимального значения в крайнем нижнем положении шайбы. При этом ускорение шайбы

$$a = A\omega^2, \text{ где } A \text{ – амплитуда колебаний,}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{4m}} \text{ - циклическая частота.}$$

Для этого положения шайбы уравнение (1) в проекции на ось x будет иметь вид:

$$mA\omega^2 = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \quad (2)$$

Совместные колебания шайбы и бруска будут возможны, если максимальная сила трения покоя будет больше или равна силе трения скольжения между шайбой и бруском:

$$\mu mg \cos \alpha \geq mg \sin \alpha + mA\omega^2. \text{ Отсюда минимальный коэффициент трения}$$

$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A\omega^2}{g \cos \alpha} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{4mg \cos \alpha}.$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ:
$$Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)} = 65\text{Дж}.$$

В соответствии с законом сохранения импульса

$Mv = (M + m)u$, (1) где u - скорость ящика с упавшим в него камнем.

Отсюда $u = \frac{M}{M + m}v$.

В соответствии с законом сохранения энергии $mgh + \frac{Mv^2}{2} = \frac{M + m}{2}u^2 + Q$ (2),

где Q - выделившаяся теплота.

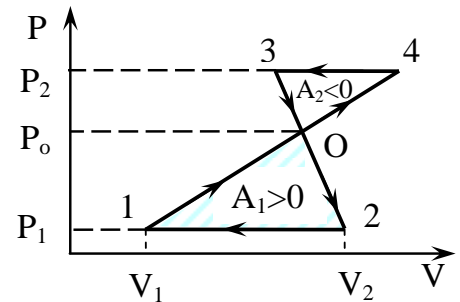
Из решения (1) и (2) получаем $Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m + M)}$.

Подставляя числовые значения, получим $Q = 1 \cdot 10 \cdot 5 + \frac{1 \cdot 5 \cdot 6^2}{2(1 + 5)} = 65 \text{ Дж}$.

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $A = 750 \text{ Дж}$.

Выполнение цикла 1–4–3–2–1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0. Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на PV -диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом).



Обозначим $\Delta p_1 = p_o - p_1 = (3 - 1) \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

$$\Delta p_2 = p_2 - p_o = (4 - 3) \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3.$$

Найдём работу A_1 , совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :

$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\Delta p_1 \cdot \Delta V}{2} = 1 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Треугольник на PV -диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0, подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1.

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

$$A_2 = -A_1 \left(\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} \right) = -1 \cdot 10^3 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = -250 \text{ Дж}$$

Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = 1000 - 250 = 750 \text{ Дж}.$$

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $T_1 = \frac{2A}{3R\eta}$. КПД цикла $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$,

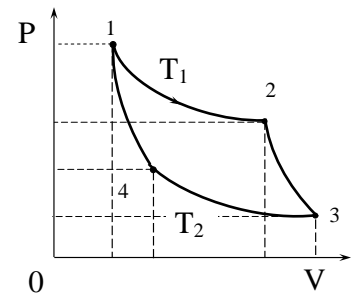
где T_1 – температура нагревателя, T_2 – холодильника.

Процесс 2–3 – адиабатическое расширение газа.

В соответствии с первым законом термодинамики для адиабатического процесса $\Delta U + A = 0$, тогда $A = -\Delta U$.

$$A = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \eta.$$

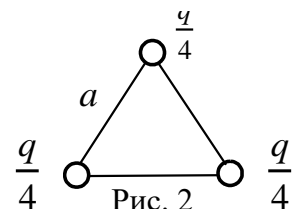
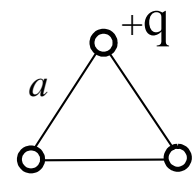
Отсюда $T_1 = \frac{2A}{3\nu R \eta}$. Для $\nu = 1$ $T_1 = \frac{2A}{3R\eta}$.



ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $W = \frac{5 \cdot q^2}{64 \pi \epsilon_0 a}$.

При каждом соединении заряженного шарика с незаряженным происходит перераспределение зарядов: шарики заряжаются одинаковым по величине зарядом. Схема зарядов после перераспределения показана на рис. 2:



Потенциальная энергия системы после перераспределения зарядов

$$W = K \frac{q^2}{8a} + K \frac{q^2}{8a} + K \frac{q^2}{16a} = K \frac{5}{16} \frac{q^2}{a} = \frac{5 \cdot q^2}{64 \pi \epsilon_0 a},$$

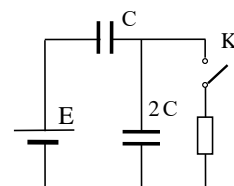
где

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}.$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов.)

Ответ: $Q = \frac{1}{6} C \cdot E^2$.

До замыкания ключа :



1) Ёмкость батареи конденсаторов $C_{\text{БАТ}} = \frac{C \cdot 2C}{C + 2C} = \frac{2C^2}{3C} = \frac{2}{3}C.$

2) Заряд на батарее конденсаторов $q_1 = \frac{2}{3}C \cdot E = \frac{2}{3}CE.$

3) Энергия батареи конденсаторов $W_1 = \frac{C_{\text{БАТ}} \cdot E^2}{2} = \frac{2CE^2}{3 \cdot 2} = \frac{1}{3}CE^2.$

После замыкания ключа:

1) заряд на конденсаторе С $q_2 = CE.$

2) Энергия конденсатора С $W_2 = \frac{C \cdot E^2}{2}.$

3) Работа батареи конденсаторов $A = E(q_2 - q_1) = E\left(CE - \frac{2}{3}CE\right) = \frac{1}{3}CE^2.$

4) Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К,

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{1}{3}CE^2 - \left[\frac{1}{2}C \cdot E^2 - \frac{1}{3}C \cdot E^2\right] = \frac{1}{6}C \cdot E^2, \quad \boxed{Q = \frac{1}{6}C \cdot E^2}.$$

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $I_{\text{max}} = \sqrt{\left(q \cdot \frac{2\pi}{T}\right)^2 + I^2} = 0,94 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,94 \text{ mA}.$

В идеальном колебательном контуре заряд конденсатора изменяется по гармоническому закону

$$q = q_{\text{max}} \cos(\omega t + \alpha), \quad (1)$$

где q_{max} – амплитуда колебаний заряда, ω – циклическая частота колебаний, α – начальная фаза.

Сила тока есть производная заряда по времени $I = \frac{dq}{dt} = -q_{\text{max}} \omega \sin(\omega t + \alpha) \quad (2).$

Максимальные (амплитудные) значения силы тока достигаются при $\sin(\omega t + \alpha) = \pm 1.$

Следовательно, амплитуда колебаний силы тока $I_{\text{max}} = q_{\text{max}} \omega.$ Циклическая частота и период

колебаний связаны между собой соотношением $\omega = \frac{2\pi}{T}.$

Из (1) и (2) $\frac{q}{q_{\max}} = \cos(\omega t + \alpha)$; $\frac{I}{q_{\max} \omega} = -\sin(\omega t + \alpha)$.

$$[\cos(\omega t + \alpha)]^2 + [-\sin(\omega t + \alpha)]^2 = 1$$

$$\left(\frac{q}{q_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{I}{q_{\max} \omega}\right)^2 = 1 ; \quad q_{\max} = \sqrt{q^2 + \left(\frac{I}{\omega}\right)^2} = 1;$$

$$I_{\max} = q_{\max} \omega = \sqrt{q^2 \omega^2 + I^2} = \sqrt{\left(q \cdot \frac{2\pi}{T}\right)^2 + I^2} . \text{ Подставив числовые значения , получим}$$

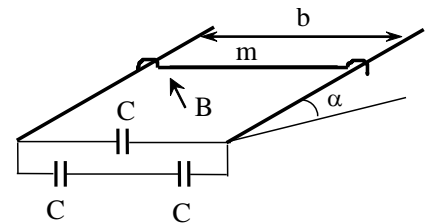
$$I_{\max} = \sqrt{(5 \cdot 10^{-9} \cdot 10^5)^2 + (0,8 \cdot 10^{-3})^2} = 0,94 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ:
$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{2}{3} C b^2 B^2} .$$

При движении перемычки меняется магнитный поток, пронизывающий контур, «замыкаемый» перемычкой. В результате в контуре возникает ЭДС индукции.

В течение малого промежутка времени, когда скорость v перемычки можно считать неизменной, мгновенное значение ЭДС индукции равно



$$E = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = v b B .$$

Сила тока, текущего через перемычку в это время, равна

$$I = -\frac{\Delta q}{\Delta t} , \text{ где } \Delta q \text{ - заряд, накопившийся на конденсаторе за время } \Delta t , \text{ то есть}$$

$$\Delta q = C_{\text{БАТ}} \Delta E = \frac{2}{3} C b B \Delta v \quad (\text{поскольку сопротивление направляющих и перемычки отсутствует,}$$

мгновенное значение напряжения на конденсаторе равно E).

$$\text{Итак, } I = \frac{2}{3} C b B \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2}{3} C b B a , \text{ где } a \text{ - ускорение, с которым движется перемычка.}$$

На перемычку действует сила тяжести и сила Ампера.

$$\text{Напишем уравнение движения перемычки: } m a = m g \sin \alpha - I b B = m g \sin \alpha - \frac{2}{3} C b^2 B^2 a .$$

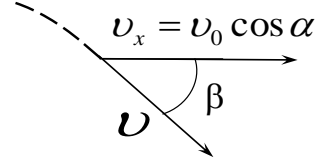
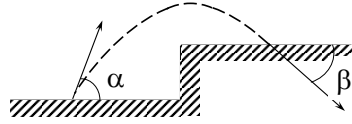
Отсюда найдем $a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{2}{3}Cb^2B^2}$.

Решение варианта №2

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ:

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right) = 38^\circ.$$



Из рисунка видно, что

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{v}\right).$$

Модуль скорости v найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh, \text{ откуда } v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}, \text{ тогда } \beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right).$$

Подставив $\alpha = 60^\circ$, $v_0 = 10 \text{ м/с}$, $h = 3 \text{ м}$,

получим
$$\beta = \arccos\left(\frac{10 \cos 60^\circ}{\sqrt{10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 3}}\right) = \arccos \frac{5}{\sqrt{40}} = \arccos \frac{5}{2\sqrt{10}} = \arccos 0,79,$$

$$\beta = 38^\circ.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов). Чешев 1.53 стр. 13

Ответ:
$$T = (m_2 + m_3)g = 40 \text{ Н}; \quad a = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1} = 10 \text{ м/с}^2.$$

Вектор ускорения направлен вверх

1. Сила натяжения нити $T = (m_2 + m_3)g$.

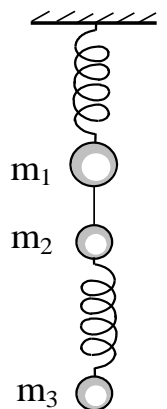
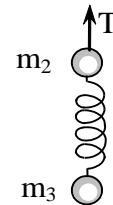
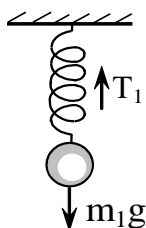
2. Сила упругости в верхней пружине

$$T_1 = (m_1 + m_2 + m_3)g.$$

3. Ускорение шарика массой m_1 :

После пережигания нити исчезает сила T и,

следовательно, на шар массой m_1 действуют сила тяжести mg



и сила упругости T_1 . Ускорение этого шара

$$a = \frac{T_1 - m_1 g}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3 - m_1)g}{m_1} = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1}.$$

При $m_1 = 4 \text{ кг}$; $m_2 = 3 \text{ кг}$; $m_3 = 1 \text{ кг}$; $T = (3+1) \cdot 10 = 40 \text{ Н}$; $T_1 = (4+3+1) \cdot 10 = 80 \text{ Н}$

$$a = \frac{(3+1) \cdot 10}{4} = 10 \text{ м/с}^2. \text{ Вектор ускорения направлен вверх.}$$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ:
$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{6mg \cos \alpha}.$$

В соответствии со вторым законом Ньютона для

шайбы

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{ТР}} + m\vec{g} + \vec{N}. \quad (1)$$

где $F_{\text{ТР}}$ - сила трения между шайбой и бруском.

При колебательном движении шайбы сила трения достигает максимального значения в крайнем нижнем положении шайбы. При этом ускорение шайбы

$$a = A\omega^2, \text{ где } A \text{ - амплитуда колебаний, } \omega = \sqrt{\frac{k}{6m}} \text{ - циклическая частота.}$$

для этого положения шайбы уравнение (1) в проекции на ось x будет иметь вид:

$$mA\omega^2 = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \quad (2)$$

Совместные колебания шайбы и бруска будут возможны, если максимальная сила трения покоя будет больше или равна силе трения скольжения между шайбой и бруском:

$$\mu mg \cos \alpha \geq mg \sin \alpha + mA\omega^2. \text{ Отсюда минимальный коэффициент трения}$$

$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A\omega^2}{g \cos \alpha} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{6mg \cos \alpha}.$$

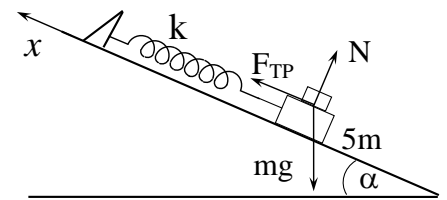
ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ:
$$Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)} = 195 \text{ Дж}.$$

В соответствии с законом сохранения импульса

$$Mv = (M+m)u, \quad (1) \text{ где } u \text{ - скорость ящика с упавшим в него камнем.}$$

Отсюда
$$u = \frac{M}{M+m}v.$$



В соответствии с законом сохранения энергии $mgh + \frac{Mv^2}{2} = \frac{M+m}{2}u^2 + Q$ (2),

где Q - выделившаяся теплота.

Из решения (1) и (2) получаем $Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)}$.

Подставляя числовые значения, получим $Q = 3 \cdot 10 \cdot 5 + \frac{3 \cdot 15 \cdot 6^2}{2(3+15)} = 195 \text{ Дж}$.

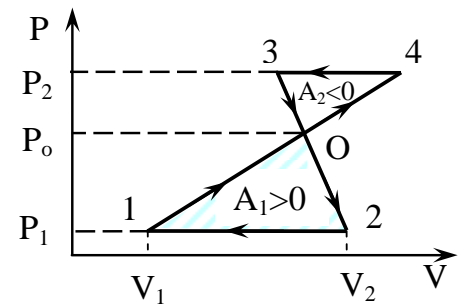
Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = A_1 \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2} \right) = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2} \right) \\ = \frac{(6 \cdot 10^5 - 10^5) \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2} \left(1 - \frac{(8 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^5)^2}{(6 \cdot 10^5 - 10^5)^2} \right) = \frac{5 \cdot 10 \cdot 10^2}{2} \left[1 - \left(\frac{2}{5} \right)^2 \right] = 25 \cdot 10^2 \frac{21}{25} \approx 2100 \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов) Вар 20-5 Олимп 2013-2014

Ответ: $A = 2100 \text{ Дж}$.

Выполнение цикла 1 – 4 – 3 – 2 – 1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0 . Работа газа определяется площадью



соответствующего цикла на $P V$ – диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна я, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом).

Обозначим $\Delta p_1 = p_o - p_1 = (6-1) \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

$$\Delta p_2 = p_2 - p_o = (8-6) \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3.$$

Найдём работу A_1 , совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :

$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\Delta p_1 \cdot \Delta V}{2} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Треугольник на $P V$ – диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0 , подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1 .

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

$$A_2 = -A_1 \left(\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} \right)^2 = -2,5 \cdot 10^3 \left(\frac{2}{5} \right)^2 = -400 \text{ Дж}$$

Полная работа А за цикл будет, таким

образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = 2500 - 400 = 2100 \text{ Дж}.$$

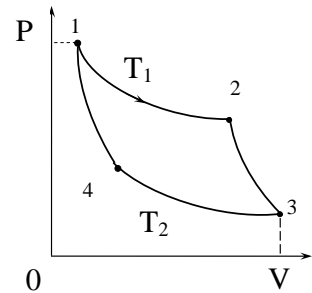
ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $T_1 = \frac{A}{3R\eta}$.

$$\text{КПД цикла } \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – холодильника.

Процесс 2–3 – адиабатическое расширение газа.



В соответствии с первым законом термодинамики для адиабатического процесса $\Delta U + A = 0$, тогда $A = -\Delta U$.

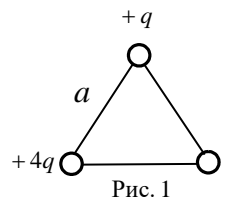
Работа, которую совершает газ при адиабатическом расширении, равна

$$A = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \eta. \text{ Отсюда } T_1 = \frac{2A}{3\nu R \eta}. \text{ Для } \nu = 2,$$

$$T_1 = \frac{A}{3R\eta}.$$

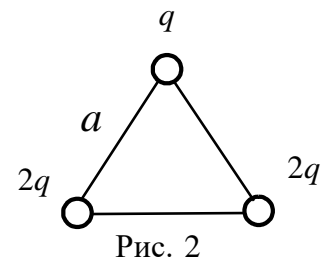
ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $W = \frac{2 \cdot q^2}{\pi \epsilon_0 a}$.



При каждом соединении заряженного шарика с незаряженным происходит перераспределение зарядов: шарики заряжаются одинаковым по величине зарядом. Схема зарядов после перераспределения показана на рис. 2:

Потенциальная энергия системы после перераспределения зарядов



$$W = K \frac{2q^2}{a} + K \frac{4q^2}{a} + K \frac{2q^2}{a} = K \frac{8q^2}{a} = \frac{2 \cdot q^2}{\pi \epsilon_0 a}, \text{ где } K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}.$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

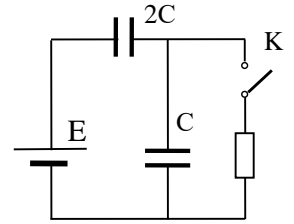
Ответ: $Q = \frac{2}{3} C \cdot E^2$.

До замыкания ключа :

1) Ёмкость батареи конденсаторов $C_{БАТ} = \frac{C \cdot 2C}{C + 2C} = \frac{2C^2}{3C} = \frac{2}{3} C$.

2) Заряд на батарее конденсаторов $q_1 = C_{БАТ} E = \frac{2}{3} C \cdot E = \frac{2}{3} CE$.

3) Энергия батареи конденсаторов $W_1 = \frac{C_{БАТ} \cdot E^2}{2} = \frac{2CE^2}{3 \cdot 2} = \frac{1}{3} CE^2$



После замыкания ключа:

1) заряд на конденсаторе 2C $q_2 = 2CE$

2) Энергия конденсатора 2C $W_2 = \frac{2C \cdot E^2}{2} = CE^2$.

3) Работа батареи конденсаторов $A = E(q_2 - q_1) = E\left(2CE - \frac{2}{3}CE\right) = \frac{4}{3}CE^2$

4) Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{4}{3}CE^2 - \left[C \cdot E^2 - \frac{1}{3}C \cdot E^2\right] = \frac{4}{3}C \cdot E^2 - \frac{2}{3}C \cdot E^2 = \frac{2}{3}C \cdot E^2,$$

$Q = \frac{2}{3} C \cdot E^2$.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов.)

Ответ: $q_{\max} = \sqrt{q^2 + \left(\frac{IT}{2\pi}\right)^2} \approx 5,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 5,9 \text{ нКл}.$

В идеальном колебательном контуре заряд конденсатора изменяется по гармоническому закону

$$q = q_{\max} \cos(\omega t + \alpha), \quad (1)$$

где q_{\max} – амплитуда колебаний заряда, ω – циклическая частота колебаний, α – начальная фаза.

Сила тока есть производная заряда по времени $I = \frac{dq}{dt} = -q_{\max} \omega \sin(\omega t + \alpha) \quad (2),$

где циклическая частота и период колебаний связаны между собой соотношением $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Из (1) и (2) $\frac{q}{q_{\max}} = \cos(\omega t + \alpha); \quad \frac{I}{q_{\max} \omega} = -\sin(\omega t + \alpha).$

$\left(\frac{q}{q_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{I}{q_{\max} \omega}\right)^2 = 1$. Из этого соотношения находим

$$q_{\max} = \sqrt{q^2 + \left(\frac{I}{\omega}\right)^2} = \sqrt{q^2 + \left(\frac{IT}{2\pi}\right)^2} = \sqrt{(5 \cdot 10^{-9})^2 + \left(\frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 8\pi \cdot 10^{-4}}{2\pi}\right)^2} \approx 5,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 5,9 \text{ нКл};$$

ЗАДАЧА 10. (12 баллов) зад 10 ВАР 14-2001 изм

Ответ: $a = \frac{mg \sin \alpha}{m + 2Cb^2 B^2 \cos^2 \alpha}$.

При движении перемычки меняется магнитный поток, пронизывающий контур, «замыкаемый» перемычкой. В результате в контуре возникает ЭДС индукции.

В течение малого промежутка времени, когда скорость v перемычки можно считать неизменной, мгновенное значение ЭДС индукции равно

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = vbB \cos \alpha$$

Сила тока, текущего через перемычку в это время, равна: $I = -\frac{\Delta q}{\Delta t}$, где Δq - заряд,

накопившийся на конденсаторе за время Δt , т.е.

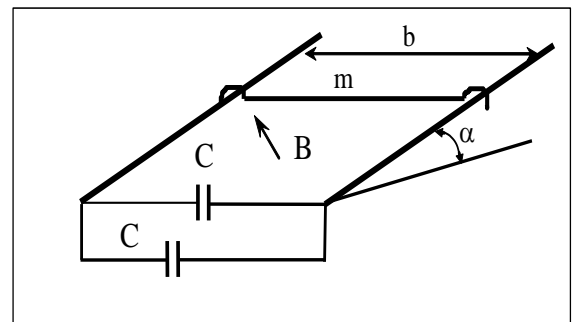
$\Delta q = C_{\text{БАТ}} \Delta E = 2CbV \Delta v \cos \alpha$ (поскольку сопротивление направляющих и перемычки отсутствует, мгновенное значение напряжения на конденсаторе равно E).

Итак, $I = 2CbB \frac{\Delta v}{\Delta t} \cos \alpha = 2CbBa \cos \alpha$

где a - ускорение, с которым движется перемычка.

На перемычку действует сила тяжести и сила Ампера.

Напишем уравнение движения перемычки:



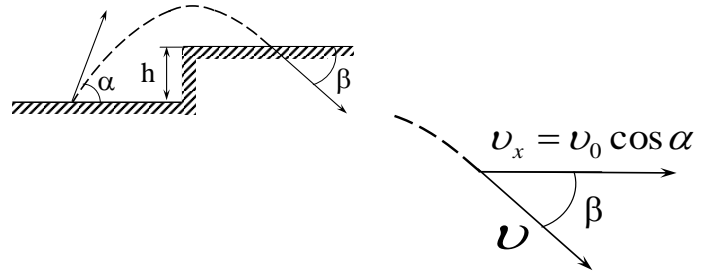
$$ma = mg \sin \alpha - IbB \cos \alpha = mg \sin \alpha - 2Cb^2 B^2 a \cos^2 \alpha \text{ Отсюда найдем}$$

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + 2Cb^2 B^2 \cos^2 \alpha}.$$

Решение варианта №3

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ:
$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right) = 36^\circ$$



Из рисунка видно, что

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{v}\right).$$

Модуль скорости v найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh, \text{ откуда } v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}, \text{ тогда } \beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right).$$

Подставив $\alpha = 45^\circ$, $v_0 = 20 \text{ м/с}$, $h = 5 \text{ м}$,

получим
$$\beta = \arccos\left(\frac{20 \cos 45^\circ}{\sqrt{20^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5}}\right) = \arccos\frac{10\sqrt{2}}{10\sqrt{3}} = \arccos 0,8, \quad \beta = 36^\circ.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов).

Ответ:
$$T = (m_2 + m_3)g = 60 \text{ Н}; \quad a = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1} = 30 \text{ м/с}^2.$$

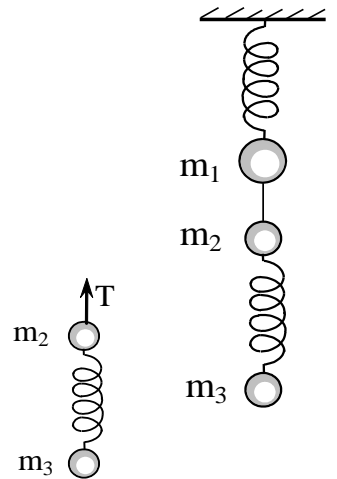
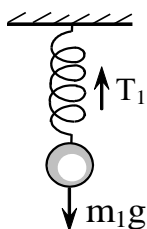
Вектор ускорения направлен вверх

1. Сила натяжения нити $T = (m_2 + m_3)g$.

2. Сила упругости в верхней пружине

$$T_1 = (m_1 + m_2 + m_3)g.$$

3. Ускорение шарика массой m_1 :



После пережигания нити исчезает сила T

и

следовательно, на шар массой m_1 действуют сила тяжести mg и сила упругости

1. Ускорение этого шара
$$a = \frac{T_1 - m_1g}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3 - m_1)g}{m_1} = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1}.$$

При $m_1 = 2 \text{ кг}$; $m_2 = 5 \text{ кг}$; $m_3 = 1 \text{ кг}$; $T = (5 + 1) \cdot 10 = 60 \text{ Н}$; $T_1 = (2 + 5 + 1) \cdot 10 = 80 \text{ Н}$

$$a = \frac{(5+1) \cdot 10}{2} = 30 \text{ м/с}^2. \text{ Вектор ускорения направлен вверх.}$$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ:
$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{8mg \cos \alpha}.$$

В соответствии со вторым законом Ньютона для шайбы

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{ТР}} + m\vec{g} + \vec{N}. \quad (1)$$

где $F_{\text{ТР}}$ - сила трения между шайбой и бруском.

При колебательном движении шайбы сила трения достигает максимального значения в крайнем нижнем положении шайбы. При этом ускорение шайбы $a = A\omega^2$, где A – амплитуда колебаний,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{8m}} \text{ - циклическая частота.}$$

Для этого положения шайбы уравнение (1) в проекции на ось x будет иметь вид:

$$mA\omega^2 = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \quad (2)$$

$mA\omega^2 = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha$. Совместные колебания шайбы и бруска будут возможны, если максимальная сила трения покоя будет больше или равна силе трения скольжения между шайбой и бруском: $\mu mg \cos \alpha \geq mg \sin \alpha + mA\omega^2$.

Отсюда минимальный коэффициент трения
$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A\omega^2}{g \cos \alpha} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{8mg \cos \alpha}.$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ:
$$Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)} = 430 \text{ Дж}.$$

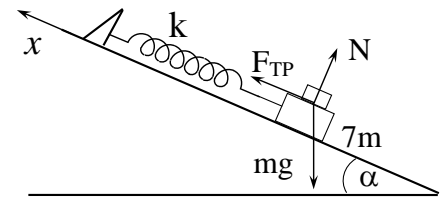
В соответствии с законом сохранения импульса

$$Mv = (M+m)u, \quad (1) \quad \text{где } u \text{ - скорость ящика с упавшим в него камнем.}$$

Отсюда
$$u = \frac{M}{M+m}v.$$

В соответствии с законом сохранения энергии
$$mgh + \frac{Mv^2}{2} = \frac{M+m}{2}u^2 + Q \quad (2),$$

где Q - выделившаяся теплота.



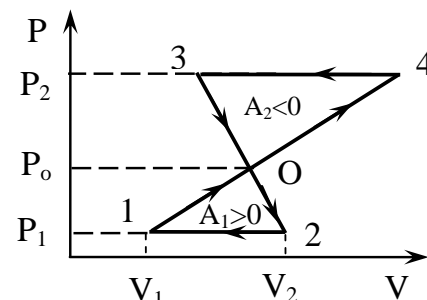
Из решения (1) и (2) получаем $Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)}$.

Подставляя числовые значения, получим $Q = 2 \cdot 10 \cdot 20 + \frac{2 \cdot 10 \cdot 6^2}{2(2+10)} = 430 \text{ Дж}$.

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $A = -900 \text{ Дж}$.

Выполнение цикла 1 – 4 – 3 – 2 – 1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0. Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на P V – диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом).



Обозначим $\Delta p_1 = p_o - p_1 = (3-2) \cdot 10^5 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

$$\Delta p_2 = p_2 - p_o = (5-3) \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Найдём работу A_1 , совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :

$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\Delta p_1 \cdot \Delta V}{2} = 3 \cdot 10^2 \text{ Дж}.$$

Треугольник на P V – диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0, подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1.

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

$$A_2 = -A_1 \left(\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} \right) = -3 \cdot 10^2 \cdot 2^2 = -12 \cdot 10^2 \text{ Дж}$$

Полная работа A за цикл будет, таким

образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = 300 - 1200 = -900 \text{ Дж}.$$

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $T_2 = \frac{(1-\eta)A}{3R\eta}$.

КПД цикла $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$,

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

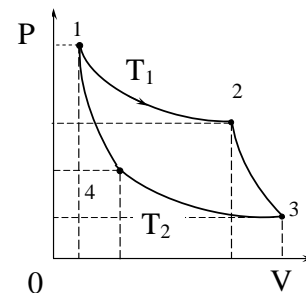
Процесс 2–3 – адиабатическое расширение газа.

В соответствии с первым законом термодинамики для адиабатического процесса $\Delta U + A = 0$, тогда $A = -\Delta U$.

$$A = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) = \frac{3}{2}\nu RT_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right). \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1-\eta}.$$

Тогда $A = \frac{3}{2}\nu RT_2 \left(\frac{\eta}{1-\eta} \right)$. Отсюда $T_2 = \frac{2(1-\eta)A}{3\nu R\eta}$. Для $\nu = 2$,

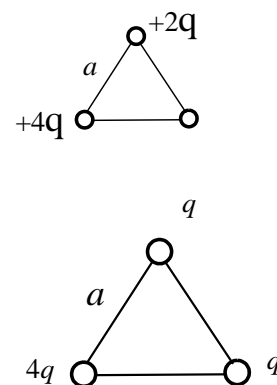
$$T_2 = \frac{(1-\eta)A}{3R\eta}.$$



ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $W = \frac{9 \cdot q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$.

При каждом соединении заряженного шарика с незаряженным происходит перераспределение зарядов: шарики заряжаются одинаковым по величине зарядом. Схема зарядов после перераспределения:



Потенциальная энергия системы после перераспределения зарядов

$$W = K \frac{4q^2}{a} + K \frac{4q^2}{a} + K \frac{q^2}{a} = K \frac{9q^2}{a} = \frac{9 \cdot q^2}{4\pi\epsilon_0 a}, \quad \text{где} \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $Q = \frac{1}{8} C \cdot E^2$.

До замыкания ключа :

1) Ёмкость батареи конденсаторов

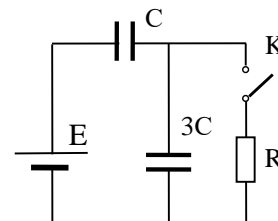
$$C_{\text{БАТ}} = \frac{C \cdot 3C}{C + 3C} = \frac{3C^2}{4C} = \frac{3}{4} C.$$

2) Заряд на батарее конденсаторов

$$q_1 = C_{\text{БАТ}} E = \frac{3}{4} C \cdot E.$$

3) Энергия батареи конденсаторов

$$W_1 = \frac{C_{\text{БАТ}} \cdot E^2}{2} = \frac{3CE^2}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8} CE^2$$



После замыкания ключа:

1) заряд на конденсаторе C

$$q_2 = CE$$

2) Энергия конденсатора C

$$W_2 = \frac{C \cdot E^2}{2} = \frac{1}{2} CE^2.$$

3) Работа батареи конденсаторов

$$A = E(q_2 - q_1) = E \left(CE - \frac{3}{4} CE \right) = \frac{1}{4} CE^2$$

4) Количество тепла, которое выделится на резисторе с сопротивлением R после замыкания ключа K

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{1}{4} CE^2 - \left[\frac{1}{2} C \cdot E^2 - \frac{3}{8} C \cdot E^2 \right] = \frac{1}{4} C \cdot E^2 - \frac{1}{8} C \cdot E^2 = \frac{1}{8} C \cdot E^2,$$

$$Q = \frac{1}{8} C \cdot E^2.$$

ЗАДАЧА 9. (12 баллов.)

Ответ: $q = \sqrt{\frac{(I_{\text{max}}^2 - I^2) T^2}{(2\pi)^2}} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 1,2 \text{ мкКл}.$

В идеальном колебательном контуре заряд конденсатора изменяется по гармоническому закону

$$q = q_{\text{max}} \cos(\omega t + \alpha), \quad (1)$$

где q_{max} – амплитуда колебаний заряда, ω – циклическая частота колебаний, α – начальная фаза.

Сила тока есть производная заряда по времени $I = \frac{dq}{dt} = -q_{\max} \omega \sin(\omega t + \alpha)$ (2).

Максимальные (амплитудные) значения силы тока достигаются при $\sin(\omega t + \alpha) = \pm 1$.

Следовательно, амплитуда колебаний силы тока $I_{\max} = q_{\max} \omega$, откуда $q_{\max} = \frac{I_{\max}}{\omega}$. Тогда

равенство (1) примет вид $q = \frac{I_{\max}}{\omega} \cos(\omega t + \alpha)$ (3), а равенство (2)

$$I = -I_{\max} \sin(\omega t + \alpha) \quad (4).$$

Циклическая частота и период колебаний связаны между собой соотношением $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Из (3) и (4) $\frac{q\omega}{I_{\max}} = \cos(\omega t + \alpha)$; $\frac{I}{I_{\max}} = -\sin(\omega t + \alpha)$.

$$[\cos(\omega t + \alpha)]^2 + [-\sin(\omega t + \alpha)]^2 = 1$$

$$\left(\frac{q\omega}{I_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{I}{I_{\max}}\right)^2 = 1; \quad q = \sqrt{\frac{I_{\max}^2 - I^2}{\omega^2}} = \sqrt{\frac{(I_{\max}^2 - I^2)T^2}{(2\pi)^2}}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$q = \sqrt{\frac{(I_{\max}^2 - I^2)T^2}{(2\pi)^2}} = \sqrt{\frac{(5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3})^2 (6\pi \cdot 10^{-4})^2}{4\pi^2}} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 1,2 \text{ мкКл}.$$

ЗАДАЧА 10.

Ответ: $a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{1}{3}Cb^2B^2 \cos^2 \alpha}$.

При движении перемычки меняется магнитный поток, пронизывающий контур, «замыкаемый» перемычкой.

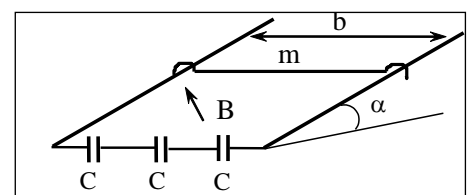
В результате в контуре возникает ЭДС индукции.

В течение малого промежутка времени, когда скорость v перемычки можно считать неизменной, мгновенное значение ЭДС индукции равно

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = vbB \cos \alpha$$

Сила тока, текущего через перемычку в это время, равна

$$I = -\frac{\Delta q}{\Delta t}, \text{ где } \Delta q \text{ - заряд, накопившийся на конденсаторе за время } \Delta t, \text{ т.е.}$$



$$I = \frac{1}{3} C \Delta E = \frac{1}{3} C b B \Delta v \cos \alpha \quad (\text{поскольку сопротивление направляющих и переключки}$$

отсутствует, мгновенное значение напряжения на конденсаторе равно E).

$$\text{Итак,} \quad I = \frac{1}{3} C b B \frac{\Delta v}{\Delta t} \cos \alpha = \frac{1}{3} C b B a \cos \alpha, \quad \text{где } a - \text{ускорение, с которым движется}$$

переключка.

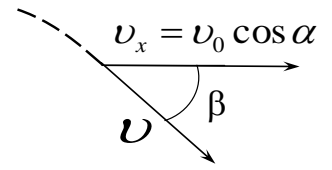
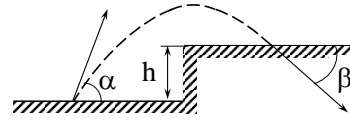
На переключку действует сила тяжести и сила Ампера. Напишем уравнение движения переключки:

$$ma = mg \sin \alpha - I b B \cos \alpha = mg \sin \alpha - \frac{1}{3} C b^2 B^2 a \cos^2 \alpha. \quad \text{Отсюда найдем}$$

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{1}{3} C b^2 B^2 \cos^2 \alpha}.$$

Решение варианта №4

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)



Ответ:
$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right) = 24^\circ$$

Из рисунка видно, что

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{v}\right).$$

Модуль скорости v найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh, \text{ откуда } v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}, \text{ тогда } \beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right).$$

Подставив $\alpha = 45^\circ$, $v_0 = 20 \text{ м/с}$, $h = 8 \text{ м}$,

получим
$$\beta = \arccos\left(\frac{20 \cos 45^\circ}{\sqrt{20^2 - 2 \cdot 10 \cdot 8}}\right) = \arccos\frac{10\sqrt{2}}{4\sqrt{15}} = \arccos 0,91, \beta = 24^\circ.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов).

Ответ:
$$T = (m_2 + m_3)g = 70 \text{ Н}; \quad a = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1} = 70 \text{ м/с}^2.$$

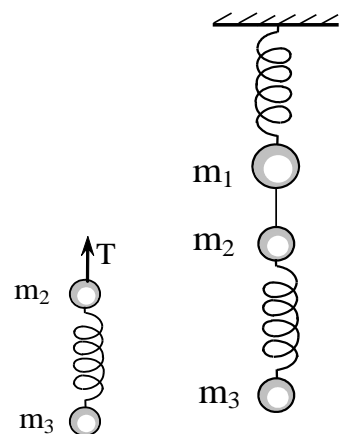
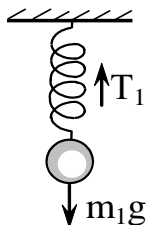
Вектор ускорения направлен вверх

1. Сила натяжения нити $T = (m_2 + m_3)g$.

2. Сила упругости в верхней пружине

$$T_1 = (m_1 + m_2 + m_3)g.$$

3. Ускорение шарика массой m_1 :



После пережигания нити исчезает сила T

и, следовательно, на шар массой m_1 действуют сила тяжести m_1g и сила T_1 .

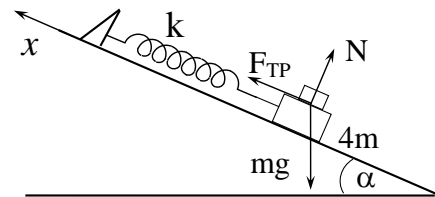
$$\text{Ускорение этого шара } a = \frac{T_1 - m_1g}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3 - m_1)g}{m_1} = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1}.$$

При $m_1 = 1 \text{ кг}$; $m_2 = 4 \text{ кг}$; $m_3 = 3 \text{ кг}$; $T = (4 + 3) \cdot 10 = 70 \text{ Н}$; $T_1 = (1 + 4 + 3) \cdot 10 = 80 \text{ Н}$

$$a = \frac{(4+3) \cdot 10}{3} = 70 \text{ м/с}^2. \quad \text{Вектор ускорения направлен вверх.}$$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ:
$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{5mg \cos \alpha}.$$



В соответствии со вторым законом Ньютона для шайбы

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N}. \quad (1)$$

где $F_{\text{тр}}$ - сила трения между шайбой и бруском.

При колебательном движении шайбы сила трения достигает максимального значения в крайнем нижнем положении шайбы. При этом ускорение шайбы

$$a = A\omega^2, \quad \text{где } A - \text{амплитуда колебаний, } \omega = \sqrt{\frac{k}{5m}} - \text{циклическая частота.}$$

Для этого положения шайбы уравнение (1) в проекции на ось x будет иметь вид:

$$mA\omega^2 = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \quad (2)$$

Совместные колебания шайбы и бруска будут возможны, если максимальная сила трения покоя будет больше или равна силе трения скольжения между шайбой и бруском:

$$\mu mg \cos \alpha \geq mg \sin \alpha + mA\omega^2. \quad \text{Отсюда минимальный коэффициент трения}$$

$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A\omega^2}{g \cos \alpha} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{5mg \cos \alpha}.$$

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ:
$$Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)} = 318 \text{ Дж}.$$

В соответствии с законом сохранения импульса

$$Mv = (M+m)u, \quad (1) \quad \text{где } u - \text{скорость ящика с упавшим в него камнем.}$$

Отсюда
$$u = \frac{M}{M+m}v.$$

В соответствии с законом сохранения энергии
$$mgh + \frac{Mv^2}{2} = \frac{M+m}{2}u^2 + Q \quad (2),$$

где Q - выделившаяся теплота.

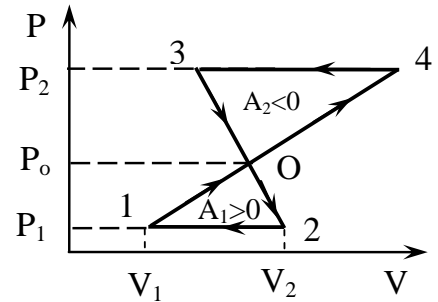
Из решения (1) и (2) получаем $Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)}$.

Подставляя числовые значения, получим $Q = 3 \cdot 10 \cdot 10 + \frac{3 \cdot 9 \cdot 4^2}{2(3+9)} = 318 \text{ Дж}$.

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $A = -750 \text{ Дж}$.

Выполнение цикла 1 – 4 – 3 – 2 – 1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0. Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на P V – диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом).



Обозначим $\Delta p_1 = p_o - p_1 = (3-1) \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

$$\Delta p_2 = p_2 - p_o = (6-3) \cdot 10^5 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Найдём работу A_1 , совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :

$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\Delta p_1 \cdot \Delta V}{2} = 6 \cdot 10^2 \text{ Дж}.$$

Треугольник на P V – диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0, подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1.

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

$$A_2 = -A_1 \left(\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} \right) = -6 \cdot 10^2 \left(\frac{3}{2} \right)^2 = -1350 \text{ Дж}$$

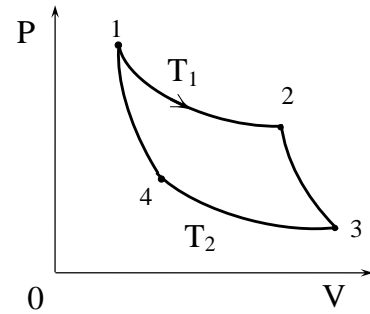
Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = 600 - 1350 = -750 \text{ Дж}.$$

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $T_2 = \frac{2(1-\eta)A}{3R\eta}$. КПД цикла $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$,

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – холодильника.



Процесс 2–3 – адиабатическое расширение газа.

В соответствии с первым законом термодинамики для адиабатического процесса $\Delta U + A = 0$, тогда $A = -\Delta U$.

$$A = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R T_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right), \quad \text{где} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1-\eta}.$$

Тогда $A = \frac{3}{2} \nu R T_2 \left(\frac{\eta}{1-\eta} \right)$. Отсюда $T_2 = \frac{2(1-\eta)A}{3\nu R \eta}$. Для $\nu = 1$,

$$T_2 = \frac{2(1-\eta)A}{3R\eta}.$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $W = \frac{5 \cdot q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$.

При каждом соединении заряженного шарика с незаряженным происходит перераспределение зарядов: шарики заряжаются одинаковым по величине зарядом. Схема зарядов после перераспределения показана на рис. 2:

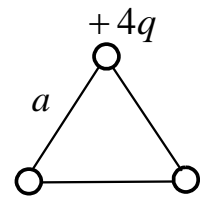


Рис. 1

Потенциальная энергия системы после перераспределения зарядов

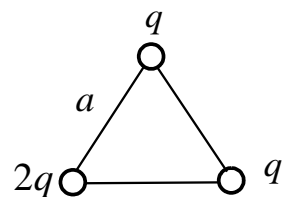


Рис. 2

$$W = K \frac{2q^2}{a} + K \frac{2q^2}{a} + K \frac{q^2}{a} = K \frac{5q^2}{a} = \frac{5 \cdot q^2}{4\pi\epsilon_0 a}, \quad \text{где} \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $Q = 1 \frac{1}{8} C \cdot E^2$.

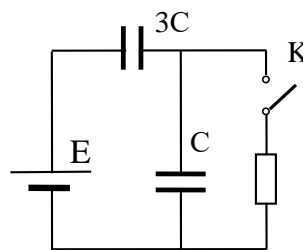
До замыкания ключа :

1) Ёмкость батареи конденсаторов

$$C_{\text{БАТ}} = \frac{C \cdot 3C}{C + 3C} = \frac{3C^2}{4C} = \frac{3}{4}C.$$

2) Заряд на батарее конденсаторов

$$q_1 = C_{\text{БАТ}}E = \frac{3}{4}C \cdot E = \frac{3}{4}CE.$$



Энергия батареи конденсаторов $W_1 = \frac{C_{\text{БАТ}} \cdot E^2}{2} = \frac{3CE^2}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}CE^2$

После замыкания ключа:

1) заряд на конденсаторе 3C $q_2 = 3CE$

2) Энергия конденсатора 3C $W_2 = \frac{3C \cdot E^2}{2} = \frac{3}{2}CE^2.$

3) Работа батареи конденсаторов $A = E(q_2 - q_1) = E\left(3CE - \frac{3}{4}CE\right) = 2\frac{1}{4}CE^2$

4) Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К

$$Q = A - (W_2 - W_1) = 2\frac{1}{4}CE^2 - \left[\frac{3}{2}C \cdot E^2 - \frac{3}{8}C \cdot E^2\right] = 2\frac{1}{4}C \cdot E^2 - 1\frac{1}{8}C \cdot E^2 = 1\frac{1}{8}C \cdot E^2,$$

$$Q = 1\frac{1}{8}C \cdot E^2.$$

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $I = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{q_{\text{max}}^2 - q^2} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 27 \text{ мкА}.$

В идеальном колебательном контуре заряд конденсатора изменяется по гармоническому закону

$$q = q_{\text{max}} \cos(\omega t + \alpha), \quad (1)$$

где q_{max} – амплитуда колебаний заряда, ω – циклическая частота колебаний, α – начальная фаза.

Сила тока есть производная заряда по времени $I = \frac{dq}{dt} = -q_{\text{max}} \omega \sin(\omega t + \alpha) \quad (2).$

Максимальные (амплитудные) значения силы тока достигаются при $\sin(\omega t + \alpha) = \pm 1.$

Следовательно, амплитуда колебаний силы тока $I_{\max} = q_{\max} \omega$. Циклическая частота и период

колебаний связаны между собой соотношением $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

$$\text{Из (1) и (2)} \quad \frac{q}{q_{\max}} = \cos(\omega t + \alpha); \quad \frac{I}{q_{\max} \omega} = -\sin(\omega t + \alpha).$$

$$[\cos(\omega t + \alpha)]^2 + [-\sin(\omega t + \alpha)]^2 = 1$$

$$\left(\frac{q}{q_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{I}{q_{\max} \omega}\right)^2 = 1; \quad q_{\max}^2 \omega^2 = q^2 \omega^2 + I^2;$$

$I = \omega \sqrt{q_{\max}^2 - q^2} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{q_{\max}^2 - q^2}$. Подставив числовые значения, получим

$$I = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{q_{\max}^2 - q^2} = \frac{\sqrt{(10 \cdot 10^{-9})^2 - (6 \cdot 10^{-9})^2}}{\sqrt{4,5 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-6}}} = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ A} = 27 \text{ мкА}.$$

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $a = \frac{mg \sin \alpha}{m + 3Cb^2 B^2}$.

При движении переключки меняется магнитный поток, пронизывающий контур, «замыкаемый» переключкой. В результате в контуре возникает ЭДС индукции.

В течение малого промежутка времени, когда скорость v переключки можно считать неизменной, мгновенное значение ЭДС индукции равно

$$E = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = vbB$$

Сила тока, текущего через переключку в это время, равна

$$I = -\frac{\Delta q}{\Delta t}, \text{ где } \Delta q \text{ - заряд, накопившийся на конденсаторе за время } \Delta t, \text{ то есть}$$

$\Delta q = C_{\text{БАТ}} \Delta E = 3CbVBv$ (поскольку сопротивление направляющих и переключки отсутствует, мгновенное значение напряжения на конденсаторе равно E).

Итак,
$$I = 3CbB \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = 3CbBa$$
,

где a - ускорение, с которым движется перемычка.

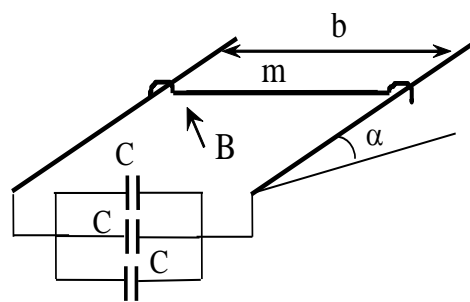
На перемычку действует сила тяжести и сила

Ампера.

Напишем уравнение движения перемычки:

$$ma = mg \sin \alpha - IbB = mg \sin \alpha - 3Cb^2 B^2 a$$

Отсюда найдем
$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + 3Cb^2 B^2}$$



Решение варианта №5

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $\Delta t = 2 \frac{\sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}} = 1,5c$.

1) Время полёта тела $\Delta t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$. (1)

2) Его кинетическая энергия $E = \frac{mv_0^2}{2}$, откуда $v_0 = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ (2)

3) Подставим (2) в (1), получим $\Delta t = 2 \frac{\sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}}$. При $E = 225$ Дж,

$$\Delta t = 2 \frac{\sin 30^\circ}{10} \sqrt{\frac{2 \cdot 225}{2}} = 1,5c.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов).

Ответ: $T = (m_2 + m_3)g = 30H$; $a = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{m_1} = 16M/c^2$.

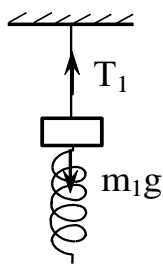
Вектор ускорения направлен вверх

1. Сила натяжения нити $T = (m_2 + m_3)g$.

2. Сила упругости в верхней пружине

$$T_1 = (m_2 + m_2 + m_3)g.$$

3. Ускорение груза массой m_1 :



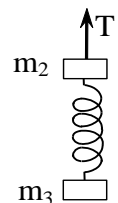
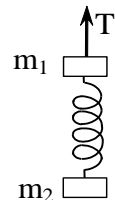
После пережигания нити исчезает сила T и, следовательно, на груз массой m_1 действуют сила тяжести m_1g и сила T_1 . Ускорение груза

массой m_1 равно $a = \frac{T_1 - m_1g}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_2)g}{m_1}$.

При $m_1 = 5кг$; $m_2 = 1кг$; $m_3 = 2кг$; $T = (2+1) \cdot 10 = 30H$;

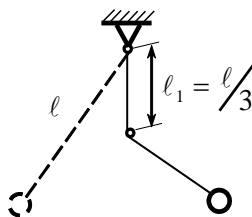
$$T_1 = (5+1+2) \cdot 10 = 80H$$
 ;

$$a = \frac{(5+1+2) \cdot 10}{5} = 16M/c^2. \text{ Вектор ускорения направлен вверх.}$$



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ:
$$T = \pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$

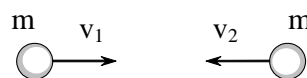


ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ:
$$\Delta T = \frac{9v^2}{8c}$$

На основании законов сохранения импульса и энергии имеем :

1) $m2v - mv = 2m \cdot u$, откуда $u = \frac{v}{2}$, где u - скорость



движения шариков после столкновения.

2) $\Delta W_{MEX} = 2mc\Delta T$, где $\Delta W_{MEX} = \left(\frac{m}{2}(2v)^2 + \frac{m}{2}v^2 \right) - \frac{2mu^2}{2} = \frac{9mv^2}{4}$.

3) $\Delta T = \frac{\Delta W_{MEX}}{2mc} = \frac{9mv^2}{4 \cdot 2mc} = \frac{9v^2}{8c}$. $\Delta T = \frac{9v^2}{8c}$.

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ:
$$V_A = \frac{m_A}{\mu_A} \cdot \frac{RT}{P_o} = 31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

При температуре $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ насыщенный пар воды имеет давление $P_o = 10^5 \text{ Па}$. 1 моль газа при таком давлении и температуре $t_o = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ занимает объем $V_o = 22,4 \text{ дм}^3$, а при температуре $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ - ещё больший объем. Объем всего сосуда по условию задачи $V = 40 \text{ дм}^3$; а количество воды равно 2 моль, следовательно, вся вода испариться не может. Наряду с остатком воды в левой части сосуда будет её насыщенный пар. Давление окажется равным P_o . Таким же будет и давление в правой части цилиндра, занимаемой азотом. Занимаемый азотом объем

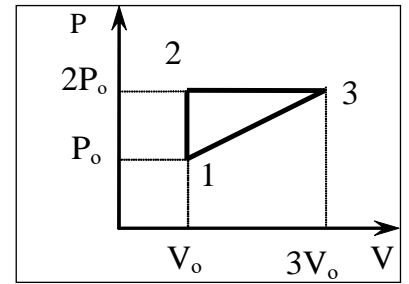
$$V_A = \frac{m_A}{\mu_A} \cdot \frac{RT}{P_o} = \frac{0,028}{0,028} \cdot \frac{8,31 \cdot 373}{10^5} = 31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\frac{Q_{12}}{Q_{23}} = 0,15$

$$Q_{12} = \frac{3}{2}(2P_0V_0 - P_0V_0) = \frac{3}{2}P_0V_0$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}(2P_0 \cdot 3V_0 - 2P_0V_0) = 10P_0V_0; \quad \frac{Q_{12}}{Q_{23}} = 0,15.$$



ЗАДАЧА 7. (10 баллов.)

Ответ: $E = \frac{\varphi}{4R}$.

Так как проводящий шар является эквипотенциальным телом, то его потенциал $\varphi = \varphi_0 = k \frac{q}{R}$, где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ и, следовательно, $q = \frac{\varphi \cdot R}{k}$. Тогда напряжённость

электрического поля на расстоянии R_1 от центра шара будет равна $E = k \frac{q}{R_1^2} = k \frac{\varphi \cdot R}{kR_1^2} = \frac{\varphi \cdot R}{R_1^2}$.

При $R_1 = 2R$, $E = \frac{\varphi}{4R}$.

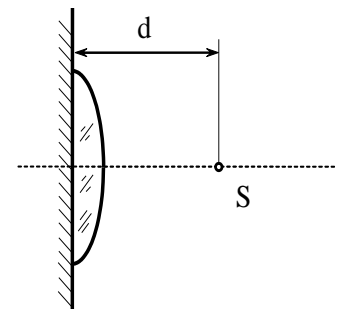
ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $f = \frac{d}{dD - 1} \cong 0,33 \text{ м.}$

Свет, падающий на эту оптическую систему, проходит через линзу. Следовательно, оптическая сила системы

$$D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2,$$

где D_1 – оптическая сила линзы, D_2 – оптическая сила зеркала.



Так как $D_1 = \frac{1}{F}$, а $D_2 = 0$, то оптическая сила системы линза – зеркало

$D = \frac{2}{F} = \frac{2}{0,4} = 5$ дптр. Так как $d > \frac{F}{2}$, то изображение точки S будет действительным.

Используя формулу линзы $D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, найдем $f = \frac{d}{d \cdot D - 1} = \frac{0,5}{0,5 \cdot 5 - 1} \cong 0,33$ м.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $U_2 = \frac{5}{12} U_1 = 5B$.

При разомкнутом ключе К:

напряжение на конденсаторе $U_1 = \frac{E}{4R} \cdot 3R = \frac{3}{4} E$..

откуда $E = \frac{4}{3} U_1 = \frac{4}{3} 12 = 16B$.

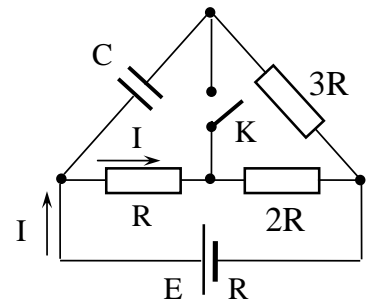
После замыкания ключа К:

$$R_{\Sigma} = R + R + \frac{6}{5} R = \frac{16}{5} R.$$

Ток в цепи $I = \frac{E}{R_{\Sigma}}$.

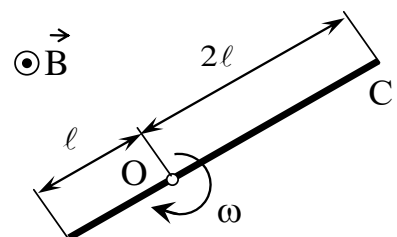
Установившееся напряжение на конденсаторе

$$U_2 = IR = \frac{E}{R_{\Sigma}} R = \frac{4}{3} U_1 \cdot \frac{5R}{16R} = U_1 \cdot \frac{5}{12} = \frac{12 \cdot 5}{12} = 5B.$$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $U = E_1 - E_2 = \frac{B(2\ell)^2 \omega}{2} - \frac{B\ell^2 \omega}{2} = \frac{3}{2} B\ell^2 \omega$.



Решение варианта №6

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $\Delta t = 2 \frac{\sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}} = 1,2c$.

1) Время полёта тела $\Delta t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$. (1)

2) Его кинетическая энергия $E = \frac{mv_0^2}{2}$, откуда $v_0 = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ (2)

3) Подставим (2) в (1), получим $\Delta t = 2 \frac{\sin \alpha}{g} \sqrt{\frac{2E}{m}}$. При $E = 144$ Дж,

$$\Delta t = 2 \frac{\sin 30^\circ}{10} \sqrt{\frac{2 \cdot 144}{2}} = 1,2c.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов).

Ответ: $T = (m_2 + m_3)g = 60H$; $a = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{m_1} = 20M/c^2$.

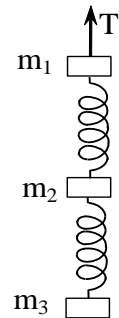
Вектор ускорения направлен вниз

1. Сила натяжения нити $T = (m_2 + m_3)g$.

2. Сила упругости в верхней пружине

$$T_1 = (m_2 + m_2 + m_3)g.$$

3. Ускорение шарика массой m_1 :



После пережигания нити исчезает сила T и, следовательно, на шар массой m_1 действуют сила тяжести m_1g и сила T_1 . Ускорение этого шара

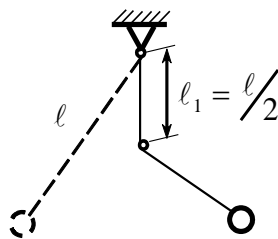
$$a = \frac{T_1 - m_1g}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_2 + m_3 - m_1)g}{m_1} = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1}.$$

при $m_1 = 4кг$; $m_2 = 3кг$; $m_3 = 1кг$; $T = (2+1) \cdot 10 = 30H$; $T_1 = (4+3+1) \cdot 10 = 80H$;

$$a = \frac{(4+3+1) \cdot 10}{4} = 20M/c^2. \text{ Вектор ускорения направлен вниз}$$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ:
$$T = \pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$



ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ:
$$\Delta T = \frac{25v^2}{8c}$$

На основании законов сохранения импульса и энергии имеем :

1) $m \cdot 4v - mv = 2m \cdot u$, откуда $u = \frac{3v}{2}$.,

где u - скорость движения шариков после столкновения.

2) $\Delta W_{MEK} = 2mc\Delta T$, где $\Delta W_{MEK} = \left(\frac{m}{2}(4v)^2 + \frac{m}{2}v^2 \right) - \frac{2mu^2}{2} = \frac{25mv^2}{4}$.

3) $\Delta T = \frac{\Delta W_{MEK}}{2mc} = \frac{25mv^2}{4 \cdot 2mc} = \frac{25v^2}{8c}$. $\Delta T = \frac{25v^2}{8c}$.

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ:
$$V_A = \frac{m_A}{\mu_A} \cdot \frac{RT}{P_o} = 15,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

При температуре $t = 100^\circ\text{C}$ насыщенный пар воды имеет давление $P_o = 10^5 \text{ Па}$. 1 моль газа при таком давлении и температуре $t_o = 0^\circ\text{C}$ занимает объем $V_o = 22,4 \text{ дм}^3/\text{моль}$, а при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ - ещё больший объем. Объем всего сосуда по условию задачи $V = 20 \text{ дм}^3$; следовательно, вся вода испариться не может. Наряду с остатком воды в левой части сосуда будет её насыщенный пар. Давление окажется равным P_o . Таким же будет и давление в правой части цилиндра, занимаемой азотом. Занимаемый азотом объем

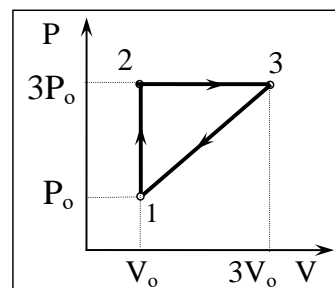
$$V_A = \frac{m_A}{\mu_A} \cdot \frac{RT}{P_o} = \frac{0,014}{0,028} \cdot \frac{8,31 \cdot 373}{10^5} = 15,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\frac{Q_{12}}{Q_{23}} = 0,2$.

$$Q_{12} = \frac{3}{2}(3P_0V_0 - P_0V_0) = 3P_0V_0;$$

$$Q_{23} = \frac{5}{2}(3P_0 \cdot 3V_0 - 3P_0V_0) = 15P_0V_0; \quad \frac{Q_{12}}{Q_{23}} = 0,2.$$



ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $E = \frac{\varphi}{9R}$.

Так как проводящий шар является эквипотенциальным телом, то его потенциал $\varphi = k \frac{q}{R}$

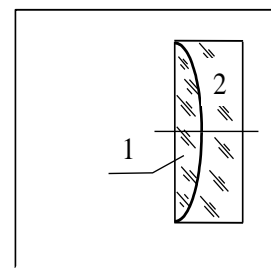
где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ и, следовательно, $q = \frac{\varphi \cdot R}{k}$. Тогда напряжённость электрического поля на

расстоянии R_1 от центра шара будет равна $E = k \frac{q}{R_1^2} = k \frac{\varphi \cdot R}{kR_1^2} = \frac{\varphi \cdot R}{R_1^2}$. При $R_1 = 3R$, $E = \frac{\varphi}{9R}$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $F_2 = \frac{1}{|D_2|} = \frac{1}{3} \text{ м}$.

Линзы 1 и 2 образуют плоскую пластину, оптическая сила которой равна нулю, то есть $D = D_1 + D_2 = 0$, где D_1 – оптическая сила 1-ой линзы, D_2 – оптическая сила 2-ой линзы, $D_2 = -D_1 = -3$ дптр.



Поскольку $D_2 = -3$ дптр, то $F_2 = \frac{1}{|D_2|} = \frac{1}{3} \text{ м}$.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ:
$$U_2 = \frac{25}{64}U_1 = 25B$$

При разомкнутом ключе К:

напряжение на конденсаторе

$$U_1 = \frac{E}{5R} \cdot 4R = \frac{4}{5}E, \text{ откуда } E = \frac{5}{4}U_1.$$

После замыкания ключа К:

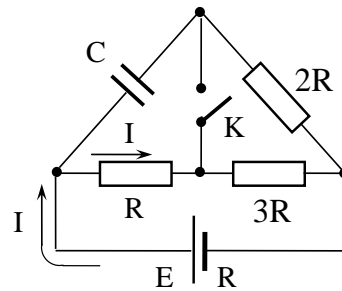
$$R_{\Sigma} = R + R + \frac{6}{5}R = \frac{16}{5}R.$$

Ток в цепи
$$I = \frac{E}{R_{\Sigma}}.$$

Установившееся напряжение на конденсаторе

$$U_2 = IR = \frac{E}{R_{\Sigma}}R = \frac{5 \cdot 5R}{4 \cdot 16R}U_1 = \frac{25}{64}U_1. \quad \text{При } U_1 = 64B,$$

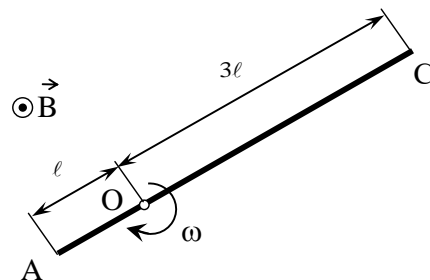
$$U_2 = \frac{25}{64}U_1 = \frac{25}{64} \cdot 64 = 25B.$$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ:

$$U = E_1 - E_2 = \frac{B(3\ell)^2 \omega}{2} - \frac{B\ell^2 \omega}{2} = 4B\ell^2 \omega.$$



Решение варианта №7

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $E = \frac{m}{2} \left(\frac{g \cdot \Delta t}{2 \sin \alpha} \right)^2 = 450 \text{ Дж}$.

1) Время полёта тела $\Delta t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$, отсюда $v_0 = \frac{g \cdot \Delta t}{2 \sin \alpha}$ (1)

2) Его кинетическая энергия тела $E = \frac{m v_0^2}{2}$ (2)

3) Подставим (1) в (2), получим $E = \frac{m}{2} \left(\frac{g \cdot \Delta t}{2 \sin \alpha} \right)^2$. При $\Delta t = 1,5 \text{ с}$, $m = 4 \text{ кг}$,

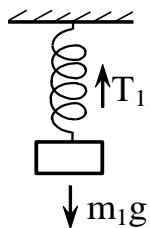
$$\sin \alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2},$$

$$E = \frac{4}{2} \left(\frac{10 \cdot 1,5}{2 \cdot 0,5} \right)^2 = 450 \text{ Дж}.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов).

Ответ: $T = (m_2 + m_3)g = 60 \text{ Н}$; $a = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{m_1} = 40 \text{ м/с}^2$.

Вектор ускорения направлен вверх

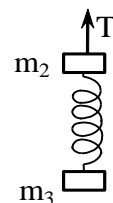


1. Сила натяжения нити $T = (m_2 + m_3)g$.

2. Сила упругости в верхней пружине

$T_1 = (m_2 + m_2 + m_3)g$.

3. Ускорение шарика массой m_1 :



После пережигания нити исчезает сила T и, следовательно, на шар массой m_1 действуют сила тяжести mg и сила T_1 . Ускорение этого шара

$$a = \frac{T_1 - m_1 g}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_2 + m_3 - m_1)g}{m_1} = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1}.$$

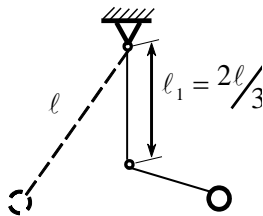
При $m_1 = 2 \text{ кг}$; $m_2 = 5 \text{ кг}$; $m_3 = 1 \text{ кг}$; $T = (2 + 1) \cdot 10 = 30 \text{ Н}$; $T_1 = (3 + 2 + 1) \cdot 10 = 60 \text{ Н}$

;

$$a = \frac{(2 + 5 + 1) \cdot 10}{2} = 40 \text{ м/с}^2. \quad \text{Вектор ускорения направлен вверх.}$$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов) Исправить

Ответ:
$$T = \pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \left(1 + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$



ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ:
$$S = \frac{v^2}{8\mu g}.$$

На основании законов сохранения импульса имеем :

7-2

1) $m_2 v - m v = 2m \cdot u$, откуда $u = \frac{v}{2}$., где u - скорость движения шариков после

столкновения.

2) модуль ускорения шариков $a = \mu \cdot g$

3) Искомый путь равен $S = \frac{u^2}{2a} = \frac{v^2}{8\mu g}.$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ:
$$V_K = \frac{m_K}{\mu_K} \cdot \frac{RT}{P_o} = 31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

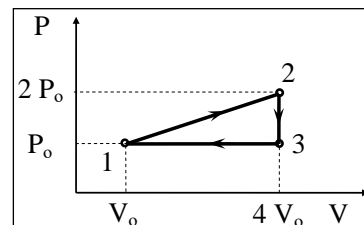
При температуре $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ насыщенный пар воды имеет давление $P_o = 10^5 \text{ Па}$. 1 моль газа при таком давлении и температуре $t_o = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ занимает объем $V_o = 22,4 \text{ дм}^3$, а при температуре $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ - ещё больший объем. Объем всего сосуда по условию задачи $V = 50 \text{ дм}^3$; а количество воды равно 3 моль, следовательно, вся вода испариться не может. Наряду с остатком воды в левой

части сосуда будет её насыщенный пар. Давление окажется равным P_0 . Таким же будет и давление в правой части цилиндра, занимаемой кислородом. Занимаемый кислородом объем

$$V_K = \frac{m_K}{\mu_K} \cdot \frac{RT}{P_0} = \frac{0,032}{0,032} \cdot \frac{8,31 \cdot 373}{10^5} = 31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\frac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0,8$.



$$Q_{23} = \frac{3}{2}(2P_0 4V_0 - P_0 4V_0) = 6P_0 V_0 ; \quad Q_{31} = \frac{5}{2}(P_0 4V_0 - P_0 V_0) = \frac{15}{2} P_0 V_0 ; \quad \frac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0,8.$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $E = \frac{\varphi}{16R}$.

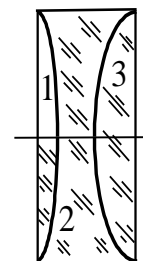
Так как проводящий шар является эквипотенциальным телом, то его потенциал $\varphi = k \frac{q}{R}$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ и, следовательно, $q = \frac{\varphi \cdot R}{k}$. Тогда напряжённость электрического поля на

расстоянии R_1 от центра шара будет равна $E = k \frac{q}{R_1^2} = k \frac{\varphi \cdot R}{kR_1^2} = \frac{\varphi \cdot R}{R_1^2}$. При $R_1 = 4R$, $E = \frac{\varphi}{16R}$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $D_2 = -5$ дптр.



Линзы 1, 2 и 3 образуют плоскую стеклянную пластину, оптическая сила которой равна нулю $D = D_1 + D_2 + D_3 = 0$,

где D_1 – оптическая сила 1 – ой линзы,

D_2 – оптическая сила 2 –ой линзы,

D_3 – оптическая сила 3 – ей линзы.

Кроме того, $D_1 + D_2 = -2$ дптр., а $D_2 + D_3 = -3$ дптр.

Решив систему из трех уравнений с тремя неизвестными, получим $D_2 = -5$ дптр.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ:
$$U_2 = \frac{32}{45} U_1 = 32B$$

При разомкнутом ключе К:

напряжение на конденсаторе $U_1 = \frac{E}{4R} \cdot 3R = \frac{3}{4} E$.,

откуда $E = \frac{4}{3} U_1$.

После замыкания ключа К:

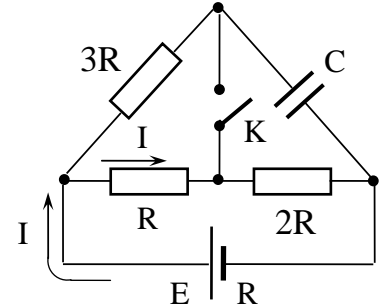
$$R_{\Sigma} = R + 2R + \frac{3}{4}R = 3R + \frac{3}{4}R = \frac{15}{4}R.$$

Ток в цепи $I = \frac{E}{R_{\Sigma}}$.

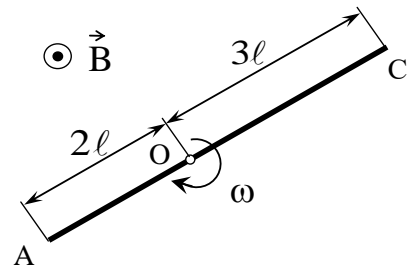
Установившееся напряжение на конденсаторе

$$U_2 = I \cdot 2R = \frac{E}{R_{\Sigma}} 2R = \frac{4 \cdot 4 \cdot 2R}{3 \cdot 15R} U_1 = \frac{32}{45} U_1. \quad \text{При } U_1 = 45B,$$

$$U_2 = \frac{32}{45} U_1 = \frac{32}{45} \cdot 45 = 32B.$$

**ЗАДАЧА 10.** (12 баллов)

Ответ:
$$U = E_1 - E_2 = \frac{B(3\ell)^2 \omega}{2} - \frac{B(2\ell)^2 \omega}{2} = 2,5B\ell^2 \omega.$$



Решение варианта № 8

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ:
$$E = \frac{m}{2} \left(\frac{g \cdot \Delta t}{2 \sin \alpha} \right)^2 = 288 \text{ Дж} .$$

1) Время полёта тела $\Delta t = 2 \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$, отсюда $v_0 = \frac{g \cdot \Delta t}{2 \sin \alpha}$ (1)

2) Его кинетическая энергия тела $E = \frac{m v_0^2}{2}$ (2)

3) Подставим (1) в (2), получим $E = \frac{m}{2} \left(\frac{g \cdot \Delta t}{2 \sin \alpha} \right)^2$. При $\Delta t = 1,2 \text{ с}$, $m = 4 \text{ кг}$,

$$\sin \alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} ,$$

$$E = \frac{4}{2} \left(\frac{10 \cdot 1,2}{2 \cdot 0,5} \right)^2 = 288 \text{ Дж} .$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов).

Ответ: $T = (m_1 + m_2 + m_3)g = 80 \text{ Н}$, ; $a = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{m_1} = 80 \text{ м/с}^2$

Вектор ускорения направлен вниз

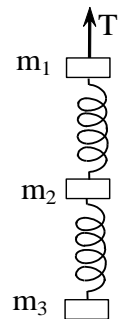
1. Сила натяжения нити $T = (m_1 + m_2 + m_3)g$.

2. Ускорение шарика массой m_1 :

$$a = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{m_1}$$

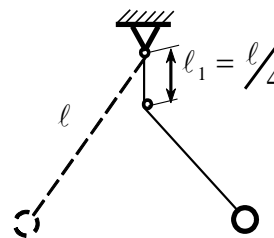
При $m_1 = 1 \text{ кг}$; $m_2 = 4 \text{ кг}$; $m_3 = 3 \text{ кг}$; $T = (1 + 4 + 3) \cdot 10 = 80 \text{ Н}$; ;

$$a = \frac{(1 + 4 + 3) \cdot 10}{1} = 80 \text{ м/с}^2 . \text{ Вектор ускорения направлен вниз.}$$



З А Д А Ч А 3. (10 баллов)

Ответ:
$$T = \pi \sqrt{\frac{\ell}{g} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}$$



З А Д А Ч А 4. (10 баллов)

Ответ:
$$\Delta t = \frac{3v}{2\mu g}$$

На основании законов сохранения импульса имеем :

1) $m4v - mv = 2m \cdot u$, откуда $u = \frac{3v}{2}$., где u - скорость движения шариков после

столкновения.

2) модуль ускорения шариков $a = \mu \cdot g$

3) Время, в течение которого шарики будут двигаться после столкновения,

равно $\Delta t = \frac{u}{a} = \frac{3v}{2\mu g}$.

З А Д А Ч А 5. (12 баллов)

Ответ:
$$V_{\text{ПР}} = V - V_K = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

При температуре $t = 100^\circ\text{C}$ насыщенный пар воды имеет давление $P_0 = 10^5 \text{ Па}$. 1 моль газа при таком давлении и температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ занимает объем $V_0 = 22,4 \text{ дм}^3$, а при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ - ещё больший объем. Объем всего сосуда по условию задачи $V = 20 \text{ дм}^3$; а количество воды равно 1,5 моль, следовательно, вся вода испариться не может. Наряду с остатком воды в правой части сосуда будет её насыщенный пар. Давление окажется равным P_0 . Таким же будет и давление в левой части цилиндра, занимаемой кислородом. Объем, занимаемый кислородом,

$$V_K = \frac{m_K}{\mu_K} \cdot \frac{RT}{P_0} = \frac{0,016}{0,032} \cdot \frac{8,31 \cdot 373}{10^5} = 15,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Объем правой части цилиндра $V_{\text{ПР}} = V - V_K = (20 - 15,5) \cdot 10^{-3} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$

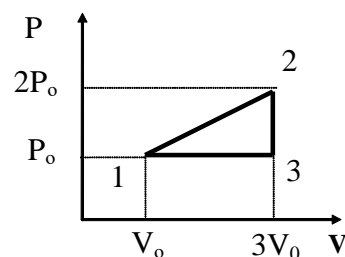
ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{\frac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0,9}$.

$$Q_{23} = \frac{3}{2}(6P_0V_0 - 3P_0V_0) = \frac{9}{2}P_0V_0;$$

$$Q_{31} = \frac{5}{2}(3P_0V_0 - P_0V_0) = 5P_0V_0;$$

$$\frac{Q_{23}}{Q_{31}} = 0,9.$$



ЗАДАЧА 7. (10 баллов.)

Ответ: $\boxed{E = \frac{\varphi}{25R}}$.

Так как проводящий шар является эквипотенциальным телом, то его потенциал $\varphi = k \frac{q}{R}$

, где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ и, следовательно, $q = \frac{\varphi \cdot R}{k}$. Тогда напряжённость электрического поля на

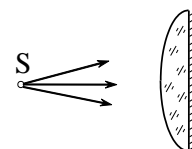
расстоянии R_1 от центра шара будет равна $E = k \frac{q}{R_1^2} = k \frac{\varphi \cdot R}{kR_1^2} = \frac{\varphi \cdot R}{R_1^2}$. При $R_1 = 5R$,

$$E = \frac{\varphi}{25R}.$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $\boxed{D = 2 \text{ дптр.}}$

Если посеребрить плоскую поверхность, то свет, падающий на линзу, пройдёт через неё, отразится от плоской поверхности и вновь пройдёт через линзу. Поэтому $D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$, где D_1 - оптическая сила линзы, а D_2 - оптическая сила плоского зеркала. Так как $D_1 = 1$ дптр, а $D_2 = 0$, то $D = 2$ дптр,



ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ:
$$U_2 = \frac{1}{2}U_1 = 12B$$
.

При разомкнутом ключе К:

напряжение на конденсаторе

$$U_1 = \frac{E}{4R} \cdot 3R = \frac{3}{4}E, \text{ откуда } E = \frac{4}{3}U_1.$$

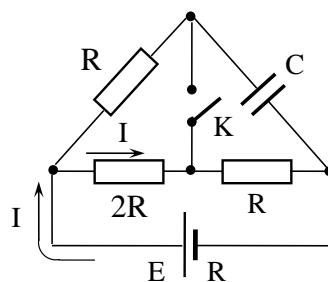
После замыкания ключа К:

$$R_{\Sigma} = R + \frac{2}{3}R + R = 2R + \frac{2}{3}R = \frac{8}{3}R.$$

Ток в цепи
$$I = \frac{E}{R_{\Sigma}}.$$

Установившееся напряжение на конденсаторе

$$U_2 = I \cdot R = \frac{E}{R_{\Sigma}} R = \frac{4 \cdot 3 \cdot R}{3 \cdot 8R} U_1 = \frac{1}{2}U_1. \quad \text{При } U_1 = 24B, \quad U_2 = \frac{1}{2}U_1 = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12B$$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ:

$$U = E_1 - E_2 = \frac{B(3\ell)^2 \omega}{2} - \frac{B(1,5\ell)^2 \omega}{2} = 3,37B\ell^2 \omega.$$

