

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 2

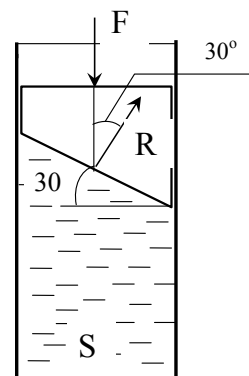
ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $|\Delta \vec{v}| = g \cdot \Delta t = 9,8 \cdot 2 = 19,6 \text{ м/с}$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $p = \frac{F}{S}$

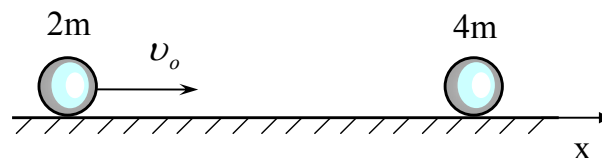
Пусть искомое давление равно p . Тогда жидкость будет действовать на поршень с силой R , равной pS_1 , где S_1 – площадь скошенной части поршня. Так как сила R направлена под углом α к вертикали, а сам поршень находится при этом в равновесии, то $F = R \cos \alpha$. Подставив сюда $R = pS_1$ и учитывая, что $S_1 \cos \alpha = S$, получим $F = pS$, откуда $p = \frac{F}{S}$.



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $|\Delta v| = \frac{4}{3} v_0$

В соответствии с законом сохранения механической энергии и законом сохранения импульса запишем вдоль горизонтального направления равенство:



$$\frac{2mv_0^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} + \frac{4mv_2^2}{2} \quad (1)$$

$$2mv_0^2 = 2mv_1^2 + 4mv_2^2 \quad (2) \quad \text{Из (1) и (2) получим } v_1 = \frac{2m-4m}{2m+4m} v_0 = -\frac{1}{3} v_0.$$

Следовательно, $\Delta v_1 = v_1 - v_0 = -\frac{1}{3} v_0 - v_0 = -\frac{4}{3} v_0$; $|\Delta v_1| = \frac{4}{3} v_0$.

ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $S = \frac{H(1 - \mu \cdot \text{ctg } \alpha)}{\mu} = 44,3 \text{ м}$

Так как скорость санок в начале и в конце пути равна нулю, то в соответствии с законом сохранения энергии, работа силы тяжести равна работе силы трения.

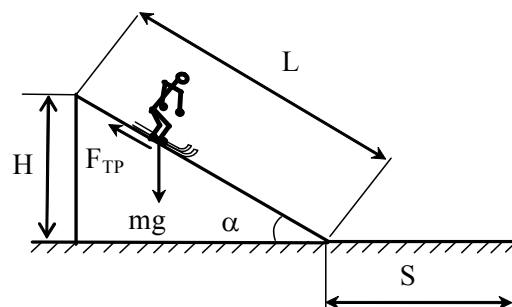
Следовательно, $A_{mg} + A_{TP} = 0$, то есть

$$mgH - \mu mg \cos \alpha L - \mu mg S = 0, \quad (1)$$

где L – длина горки $L = \frac{H}{\sin \alpha}$.

$$mgH - \mu mg \cos \alpha \frac{H}{\sin \alpha} - \mu mg S = 0 \quad (1)$$

Из (1) находим $S = \frac{H(1 - \mu \text{ctg } \alpha)}{\mu}$.



Подставив числовые значения, получим: $S = \frac{10(1 - 0,2 \cdot \text{ctg } 60^\circ)}{0,2} = 44,3 \text{ м}$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $A = \frac{2W}{F} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Максимальная кинетическая энергия точки равна $W = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$ (1)

Поскольку $F = mA\omega^2$, то подставив в (1), получим $W = \frac{FA}{2}$, откуда $A = \frac{2W}{F}$.

Подставив числовые значения, найдем $A = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: Число молекул уменьшилось на 6%.

Давление в комнате остаётся постоянным, и так как давление $p = nkT$, то есть $p = n_1kT_1$;

$p = n_2kT_2$, откуда

$\frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{282}{300} = 0,94$. Следовательно, число молекул уменьшилось на $1 - 0,94 = 0,06 = 6\%$.

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $\Delta U = Q - \frac{m}{\mu} R \Delta T = 207,9 \text{ Дж}$

В соответствии с первым законом термодинамики

$Q = \Delta U + A$, где $A = \frac{m}{\mu} R \Delta T$ при $P = \text{const}$.

$\Delta U = Q - A = Q - \frac{m}{\mu} R \Delta T$ Подставив числовые значения, получим

$\Delta U = 291 - \frac{0,002}{0,002} \cdot 8,31 \cdot 10 = 207,9 \text{ Дж}$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $F = \frac{2C_0 E_0^2}{9d}$

1) Сила притяжения пластин конденсатора

$F = q \frac{E}{2} = q \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{d}$, (1)

где q - заряд на обкладке конденсатора,

U – напряжение на конденсаторе,

d – расстояние между пластинами. В этой формуле буквой E обозначена напряженность поля в конденсаторе.

2) Ёмкость батареи конденсаторов $C_{\text{БАТ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2}{3} \cdot C_0$.

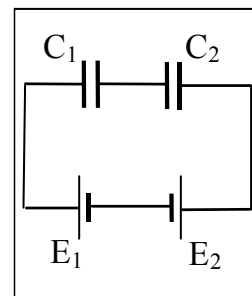
3) Заряд на обкладках каждого конденсатора

$q = C_{\text{БАТ}} \cdot (E_1 - E_2) = \frac{2}{3} C_0 E_0$

4) Напряжение на конденсаторе C_2 $U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{C_0 E_0}{C_0} = \frac{2E_0}{3}$

5) Подставляя q и U_2 в (1), получим

$F = \frac{2C_0 E_0^2}{9d}$



ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $m = 0,26 \text{ г}$.

Масса m выделившейся из раствора меди при протекании через электролит заряда q равна

$m = m_0 N$, где $m_0 = \frac{\mu}{N_A}$ - масса иона меди.

$$N = \frac{q}{q_{\text{иона}}} = \frac{q}{en}, \text{ где } n \text{ - валентность ионов меди. Тогда } m = \frac{\mu}{N_A} \cdot \frac{q}{e \cdot n} = \frac{\mu q}{N_A e \cdot n} \quad (1)$$

Здесь $F = N_A \cdot e = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$ - постоянная Фарадея.

Подставив F в (1), получим

$$m = \frac{\mu}{F \cdot n} q = \frac{0,064}{9,65 \cdot 10^4 \cdot 2} q = 0,0033 \cdot 10^{-4} \cdot q = 3,3 \cdot 10^{-7} \cdot q \quad (2)$$

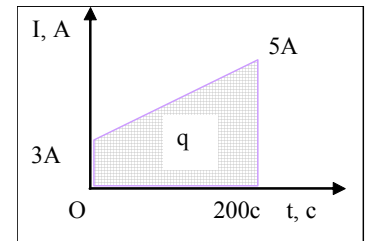
Заряд q найдем, используя графическое представление изменения тока от времени $I(t) = (3 + 0,01t) \text{ А}$. При $t = 0$, $I = 3 \text{ А}$.

При $t = 200 \text{ с}$ $I(t = 200) = (3 + 0,01 \cdot 200) = 5 \text{ А}$

$$q = \frac{3 + 5}{2} \cdot 200 = 4 \cdot 200 = 800 \text{ Кл}.$$

Подставив значение q в (2), найдем

$$m = 3,3 \cdot 10^{-7} \cdot q = 3,3 \cdot 10^{-7} \cdot 800 = 26,4 \cdot 10^{-5} = 0,26 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 0,26 \text{ г} \quad m = 0,26 \text{ г}.$$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $U_2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ В}$

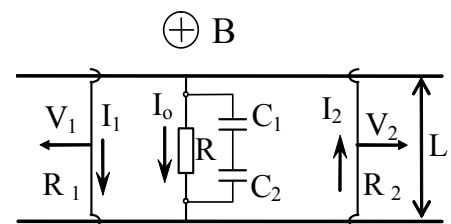
Используя закон Фарадея и правила Кирхгофа, запишем для контура, образованного рельсами, неподвижным и двумя подвижными проводниками следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} I_1 R_1 - I_0 R_0 &= v_1 L B \\ I_2 R_2 + I_0 R_0 &= v_2 L B \\ I_1 + I_0 &= I_2 \end{aligned} \right\} \text{ Решая эту систему уравнений, найдем}$$

$$I_0 = BL \frac{v_2 R_1 - v_1 R_2}{R_1 R_2 + R_0 R_1 + R_0 R_2}$$

Подставив числовые значения, получим $I_0 = -3,6 \cdot 10^{-3} \text{ А}$

Знак минус означает, что направление тока I_0 на рисунке следует изменить на противоположное.



$$q_2 = q_{\text{БАТ}} \text{ т.е. } C_2 U_2 = C_{\text{БАТ}} U \Rightarrow U_2 = U \frac{C_{\text{БАТ}}}{C_2} \text{ где } C_{\text{БАТ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \text{ а } U = I_0 R_0$$

$$U_2 = I_0 R_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 3,6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \frac{3}{3+6} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 4

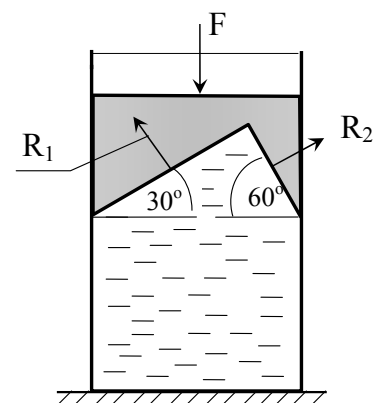
ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $|\Delta \vec{v}| = g \cdot \Delta t = 9,8 \cdot 1 = 9,8 \text{ м/с}$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $p = \frac{F}{S}$

Пусть искомое давление равно p . Тогда жидкость будет действовать на поршень с силами $R_1 = pS_1$, и $R_2 = pS_2$, где S_1 и S_2 – площади скошенных частей поршня. Так как силы R_1 и R_2 направлены перпендикулярно к поверхностям S_1 и S_2 , а сам поршень находится при этом в равновесии, то $F = R_1 \cos 30^\circ + R_2 \cos 60^\circ$. Подставив сюда R_1 и R_2 и учитывая, что $S_1 \cos 30^\circ + S_2 \cos 60^\circ = S$, получим $F = pS$, откуда $p = \frac{F}{S}$.



ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

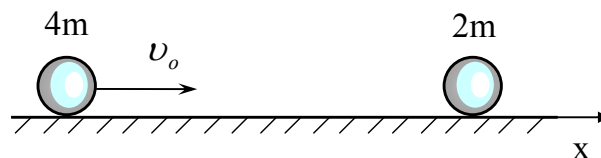
Ответ: $\Delta v_2 = \frac{4}{3} v_0$

В соответствии с законом сохранения механической энергии и законом сохранения импульса запишем вдоль горизонтального направления равенство:

$$\frac{4mv_0^2}{2} = \frac{4mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2} \quad (1)$$

$$4mv_0^2 = 4mv_1^2 + 2mv_2^2 \quad (2) \quad \text{Из (1) и (2) получим} \quad v_2 = \frac{2 \cdot 4m}{4m + 2m} v_0 = \frac{4}{3} v_0.$$

Следовательно, $\Delta v_2 = \frac{4}{3} v_0$.



ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $A_{TP} = \frac{-(\mu \cdot mgL)}{1 - \mu \cdot ctg \alpha} = -2,2 \text{ Дж}$

1) Скорость шайбы в точке В $\mu \cdot mgL = \frac{mv^2}{2}$,

откуда $v^2 = 2\mu \cdot gL$

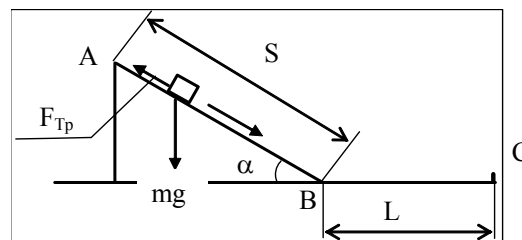
2) Определим S из условия равнопеременного движения,

$$S = \frac{v^2}{2a}, \quad \text{где} \quad a = \frac{mg \sin \alpha - \mu \cdot mg \cos \alpha}{m} = g(\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha).$$

3) $h = S \sin \alpha = \frac{v^2}{2a} \sin \alpha = \frac{2\mu \cdot gL \sin \alpha}{2g(\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)} = \frac{\mu \cdot L \sin \alpha}{\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha}$

4) $A_{TP} = -\Delta W_{\text{потенц}}$, где $\Delta W_{\text{потенц}} = mgh$; $A_{TP} = \frac{-(\mu \cdot mgL)}{1 - \mu \cdot ctg \alpha}$.

Подставим числовые значения, получим: $A_{TP} = \frac{-(0,2 \cdot 1 \cdot 9,8 \cdot 1)}{1 - 0,2 \cdot ctg 60^\circ} = -2,2 \text{ Дж}$



ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $A = \frac{P_{\max} T}{2\pi m} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

$$P_{\max} = mv_{\max} = mA\omega = mA \frac{2\pi}{T}, \quad \text{откуда} \quad A = \frac{P_{\max} T}{2\pi m}.$$

$$A = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 2}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 0,6 \cdot 10^{-1} \text{ м} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

ЗАДАЧА 6. (12 баллов)

Ответ: Давление газа увеличится в 2,25 раза.

Давление идеального газа $p = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2$, где $\bar{v}^2 = v_{\text{СР.КВ.}}^2$. Тогда $\frac{p_2}{p_1} = \frac{\bar{v}_{2\text{СРКВ}}^2}{\bar{v}_{1\text{СРКВ}}^2}$.

По условию задачи $v_{2\text{СР.КВ.}} = 1,5v_{1\text{СРКВ.}}$, следовательно, $\frac{p_2}{p_1} = (1,5)^2 = 2,25$ раза.

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $Q = \frac{5m}{2\mu} R\Delta T = 1038,75 \text{ Дж}$.

В соответствии с первым законом термодинамики

$$Q = \Delta U + A \quad \text{Так как гелий – газ одноатомный и } P = \text{const.}, \text{ то } \Delta U = c_v \frac{m}{\mu} \Delta T = \frac{3m}{2\mu} R\Delta T$$

$$A = \frac{m}{\mu} R\Delta T$$

$$Q = \frac{3m}{2\mu} R\Delta T + \frac{m}{\mu} R\Delta T = \frac{5m}{2\mu} R\Delta T = . \quad \text{Подставив числовые значения, получим}$$

$$Q = \frac{5m}{2\mu} R\Delta T = \frac{5}{2} \cdot \frac{0,020}{0,040} \cdot 8,31 \cdot 100 = 1038,75 \text{ Дж} .$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $F = \frac{C_o E_o^2}{d}$.

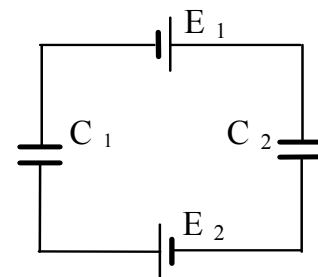
1) Сила притяжения пластин конденсатора

$$F = q \frac{E}{2} = q \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{d}, \quad (1)$$

где q – заряд на обкладке конденсатора,

U – напряжение на конденсаторе,

d – расстояние между пластинами. В этой формуле буквой E обозначена напряженность поля в конденсаторе.



2) Емкость батареи конденсаторов $C_{\text{БАТ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{2}{3} \cdot C_o .$

3) Заряд на обкладках каждого конденсатора

$$q = C_{\text{БАТ}} \cdot (E_1 + E_2) = \frac{2}{3} C_o (E_o + 2E_o) = 2C_o E_o$$

4) Напряжение на конденсаторе C_2 $U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{2C_o E_o}{2C_o} = E_o$

5) Подставляя q и U_2 в (1), получим $F = \frac{C_o E_o^2}{d}$

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $m \approx 1,3 \text{ г}$.

Масса m выделившейся из раствора меди при протекании через электролит заряда q равна

$$m = m_0 N, \quad \text{где } m_0 = \frac{\mu}{N_A} - \text{масса иона меди.}$$

$$N = \frac{q}{q_{\text{иона}}} = \frac{q}{en}, \quad \text{где } n - \text{валентность ионов меди}$$

$$\text{Тогда } m = \frac{\mu}{N_A} \cdot \frac{q}{e \cdot n} = \frac{\mu q}{N_A e \cdot n} \quad (1)$$

Здесь $F = N_A \cdot e = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$ - постоянная Фарадея.

Подставив значение F в (1), получим

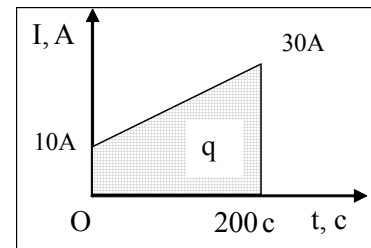
$$m = \frac{\mu}{F \cdot n} q = \frac{0,064}{9,65 \cdot 10^4 \cdot 2} q = 0,0033 \cdot 10^{-4} \cdot q = 3,3 \cdot 10^{-7} \cdot q \quad (2)$$

Заряд q найдем, используя графическое представление изменения тока от времени

$$I(t) = (10 + 0,1t) \text{ А} . \text{ При } t = 0, I = 10 \text{ А}.$$

$$\text{При } t = 200 \text{ с}, I(t = 200) = (10 + 0,1 \cdot 200) = 30 \text{ А} .$$

$$q = \frac{10 + 30}{2} \cdot 200 = 20 \cdot 200 = 4000 \text{ Кл}.$$



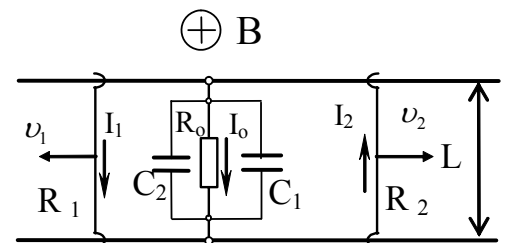
Подставив значение q в (2), найдем

$$m = 3,3 \cdot 10^{-7} \cdot q = 3,3 \cdot 10^{-7} \cdot 4000 = 13,2 \cdot 10^{-4} = 1,32 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 1,3 \text{ г}.$$

ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $q_{\text{БАТ}} = (C_1 + C_2) I_0 R_0 = 9,7 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}$

Используя закон Фарадея и правила Кирхгофа, запишем для контура, образованного рельсами, неподвижным и двумя подвижными проводниками следующие уравнения:



$$\left. \begin{aligned} I_1 R_1 - I_0 R_0 &= v_1 L B \\ I_2 R_2 + I_0 R_0 &= v_2 L B \\ I_1 + I_0 &= I_2 \end{aligned} \right\} \text{Решая эту систему уравнений, найдем } I_0 = BL \frac{v_2 R_1 - v_1 R_2}{R_1 R_2 + R_0 R_1 + R_0 R_2} .$$

Подставив числовые значения, получим $I_0 = -3,6 \cdot 10^{-3} \text{ А}$.

Знак минус означает, что направление тока I_0 на рисунке следует изменить на противоположное. Найдем заряд батареи конденсаторов $q_{\text{бат}}$.

$$q_{\text{БАТ}} = C_{\text{БАТ}} U = (C_1 + C_2) I_0 R_0 = (3 + 6) \cdot 10^{-3} \cdot 3,6 \cdot 10^{-3} \cdot 3 = 9,7 \cdot 10^{-5} \text{ Кл} .$$

РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 6

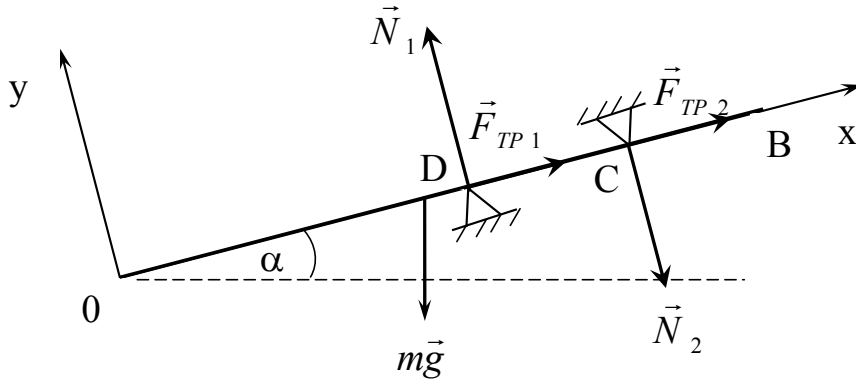
ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $\Delta p = mg\Delta t = 10 \cdot 9,8 \cdot 2 = 196 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $L \geq 2b + a \left(1 + \frac{\text{tg} \alpha}{\mu} \right) \geq 1,7 \text{ м}$.

На стержень ОВ действуют:



mg - сила тяжести; N_1 и N_2 - силы нормальной реакции опор D и C; $F_{\text{ТР}1}$ и $F_{\text{ТР}2}$ - силы трения. Силы трения направлены вдоль стержня вверх, так как стержень стремится соскользнуть вниз.

Стержень будет находиться в равновесии, если будут выполняться два условия: Равенства нулю всех сил, действующих на стержень $\sum F_i = 0$

и равенства нулю моментов всех

сил, действующих на стержень, относительно оси проходящей, например, через опору C, $\sum M_C(F_i) = 0$. Напишем для стержня первое условие равновесия:

$$mg + N_1 + F_{\text{ТР}1} + F_{\text{ТР}2} + N_2 = 0 \quad (1)$$

Направим ось x вдоль стержня, ось y перпендикулярно ей, и спроецируем на них уравнение (1).

$$F_{\text{ТР}1} + F_{\text{ТР}2} - mg \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$N_1 - N_2 - mg \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

Принимая во внимание, что $F_{\text{ТР}} \leq \mu N$, перепишем уравнения (2) и (3) в виде

$$\mu N_1 + \mu N_2 - mg \sin \alpha \geq 0 \quad (4)$$

$$N_1 - N_2 - mg \cos \alpha = 0 \quad (5)$$

Напишем для стержня второе условие равновесия относительно оси, проходящей через точку C:

$$M_1 - M_2 = 0 \quad (6), \text{ где } M_1 = mg \ell_1, \quad M_2 = N_1 \ell_2 - \text{ моменты сил } mg \text{ и } N_1$$

относительно выбранной оси, где $\ell_1 = (L/2 - b) \cos \alpha$ и $\ell_2 = a$ - плечи сил mg и N . Подставим выражения для M_1 и M_2 в (6), получим

$$mg(L/2 - b) \cos \alpha - N_1 a = 0 \quad (7).$$

Из уравнение (5) и (7) найдём

$$N_1 = \frac{mg \cos \alpha (L/2 - b)}{a} \quad N_2 = \frac{mg \cos \alpha (L/2 - b - a)}{a}, \text{ а затем из уравнения (4) выразим длину}$$

стержня: $L \geq 2b + a \left(1 + \frac{\text{tg} \alpha}{\mu} \right)$.

Подставим $a = 0,2$; $b = 0,4$; $\mu = 0,5$; $\alpha = 60^\circ$; $\text{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$, найдём

$$L \geq 2 \cdot 0,4 + 0,2 \left(1 + \frac{1,73}{0,5} \right) = 0,8 + 0,2 \cdot (1 + 3,46) = 1,7 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $H = \frac{2Q}{mg}$

1) $H = h_1 + h_2$ (1), где h_1 – высота груза m_1 над столом до начала движения; h_2 – высота подъема груза m_2 над столом после удара груза m_1 о стол.

2) Используя закон сохранения энергии и уравнение равнопеременного движения, получим

$Q = W_{k_1} = \frac{m_1 v^2}{2}$ (2), откуда $v^2 = \frac{2Q}{m_1}$

3) $h_1 = \frac{v^2}{2a} = \frac{Q}{m_1 a}$ (3); 4) $h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{Q}{m_1 g}$ (4)

5) Подставляя (3) и (4) в (1), получим

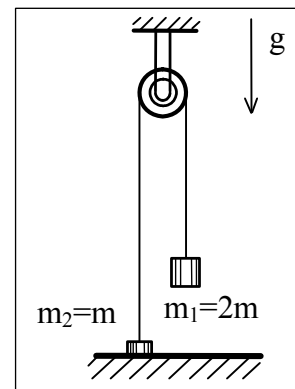
$H = \frac{Q}{m_1} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{g} \right)$ (5), где $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$ (6)

Подставляя (6) в (5), найдем

$H = \frac{Q}{m_1} \left(\frac{g+a}{ag} \right) = \frac{Q}{m_1 g} \left(\frac{g}{a} + 1 \right) = \frac{Q}{m_1 g} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} + 1 \right) = \frac{2Q}{(m_1 - m_2)g}$ (7)

Подставим значения $m_1 = 2m$ $m_2 = m$ в (7), найдем

$H = \frac{2Q}{(2m - m)g} = \frac{2Q}{mg}$



ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $A_1 = 0,36mgL$

$\Delta W_{кин} = \sum A_i$ По условию $\Delta W_{кин} = 0$, следовательно, $A_1 + A_2 + A_3 = 0$, где A_1 -работа внешней силы, A_2 - работа силы тяжести, A_3 - работа силы Архимеда.

Искомая работа $A_1 = -A_2 - A_3$. $A_2 = -mg \frac{L}{2}$

$A_3 = \rho g 0,4V \cdot 0,6L + \rho g \cdot 0,6V \cdot 0,3L = (0,4 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,6) \rho g VL = 0,42 \frac{m}{n} gL$. При $n = 3$

$A_3 = \frac{0,42}{3} mgL = 0,14mgL$ $A_2 = -\frac{mgL}{2}$ $A_1 = 0,5mgL - 0,14mgL = (0,5 - 0,14)mgL = 0,36mgL$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

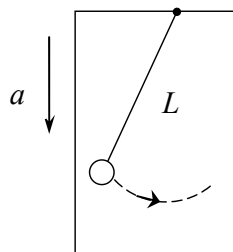
Ответ: $T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{g}}$

$a = \frac{g}{2}$; $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{эфф}}}$, (1) где

$g_{эфф} = g - a = g - \frac{g}{2} = \frac{g}{2}$

Подставляя $g_{эфф}$ в (1), получим

$T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{g}}$



ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ: Число атомов воды больше числа атомов меди в $\frac{3N_1}{N_2} = \frac{167}{140,6} = 1,2$ раза.

В стакане воды содержится число молекул $N_1 = \frac{\rho_1 V}{\mu_1} N_A$ и $3N_1$ атомов, а в куске меди -

$N_2 = \frac{\rho_2 V}{\mu_2} N_A$ атомов. Подставляя числовые значения, получим: для воды

$$3N_1 = 3 \frac{10^3}{0,018} V \cdot N_A = 167 \cdot 10^3 \cdot V \cdot N_A.$$

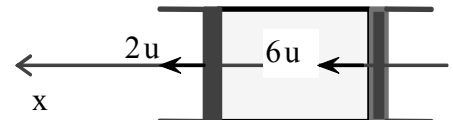
Для меди: $N_2 = \frac{9,0 \cdot 10^3}{0,064} V \cdot N_A = 140,6 \cdot 10^3 \cdot V \cdot N_A$. Здесь N_A - число Авогадро, V - объём стакана,

ρ_1 и ρ_2 - плотности воды и меди соответственно. Следовательно, число атомов воды больше числа атомов меди в $\frac{3N_1}{N_2} = \frac{167}{140,6} = 1,2$ раза.

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

Ответ: $T = T_0 + \frac{8 Mu^2}{3 R}$.

В системе отсчёта, связанной с центром масс поршней, они движутся навстречу друг другу с равными скоростями (так как по условию их массы одинаковые. При этом кинетическая энергия поршней, переходит во внутреннюю энергию газа.



$$E_{\text{кин}} + U_0 = U,$$

где U_0 - начальная внутренняя энергия газа $U_0 = \nu c_v T_0$, где $\nu = 1$.

U - внутренняя энергия газа при максимальном его сжатии $U = \nu c_v T$.

Скорость центра масс поршней
$$v_c = \frac{M \cdot 2u + M \cdot 6u}{2M} = 4u$$

Скорость левого поршня в системе центра масс
$$v = 2u - v_c = 2u - 4u = -2u$$
.

Скорость правого поршня в системе центра масс
$$v = 6u - v_c = 6u - 4u = 2u$$
.

Используя закон сохранения энергии, запишем

Используя закон сохранения энергии, запишем (при $\nu = 1$):

$$2 \frac{M}{2} (2u)^2 + \frac{3}{2} RT_0 = \frac{3}{2} RT, \text{ откуда } T = T_0 + \frac{8 Mu^2}{3 R}.$$

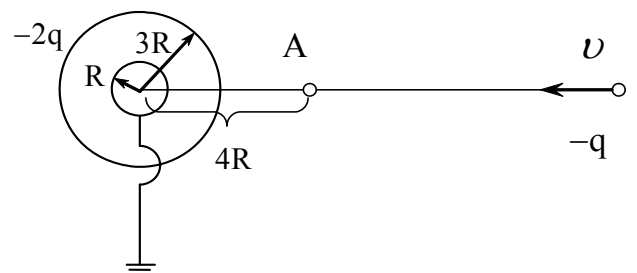
ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ: $v = \sqrt{\frac{2q\varphi_A}{m}} = q \sqrt{\frac{1}{6m\pi\epsilon_0 R}}$.

На заземлённой сфере наводится заряд q_x , который находится из условия равенства нулю потенциала внутренней сферы. Согласно принципу суперпозиции, потенциал внутренней сферы равен

$$\varphi = \frac{q_x}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 3R} = 0,$$

откуда находим искомый заряд $q_x = \frac{2}{3} q$.



Потенциал в точке А $\varphi_A = \frac{2}{3} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4R} - \frac{2q}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4R} = -\frac{1}{12} \frac{q}{\pi\epsilon_0 \cdot R}$ $\varphi_A = -\frac{1}{12} \frac{q}{\pi\epsilon_0 \cdot R}$.

По закону сохранения энергии $\frac{m v_{\min}^2}{2} = q\varphi_A$. Откуда $v = \sqrt{\frac{2q\varphi_A}{m}} = q\sqrt{\frac{1}{6m\pi\epsilon_0 R}}$.

ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $W = 2CE^2$.

Ток в цепи $I = \frac{3E}{3R} = \frac{E}{R}$ (1)

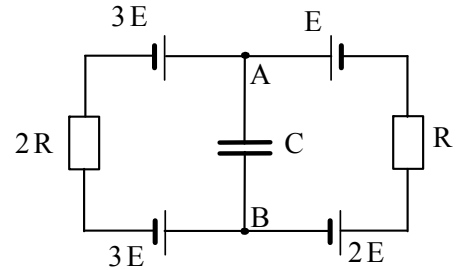
Закон Ома для правого участка цепи (участок АВ):

$$-I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B)C - 3E}{R} \quad (2)$$

Из (1) и (2) найдем $\varphi_A - \varphi_B = -IR + 3E = -E + 3E = 2E$.

Обозначим $\varphi_A - \varphi_B = U$, тогда энергия конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = 2CE^2$$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $Q = \frac{B^2 v \cdot L^2}{\rho \sqrt{3}}$

1) Длина перемычки

$$\ell = 2y \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; \quad \text{при } y = C \quad \ell_{\max} = 2L \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

2) Сопротивление перемычки

$$R = \rho \ell = 2\rho y \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; \quad R_{\max} = \rho \ell_{\max} = 2\rho L \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

3) ЭДС индукции $E = Bv \cdot \ell$; $E_{\max} = 2Bv \cdot L \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

4) Тепловая мощность, выделившаяся в перемычке

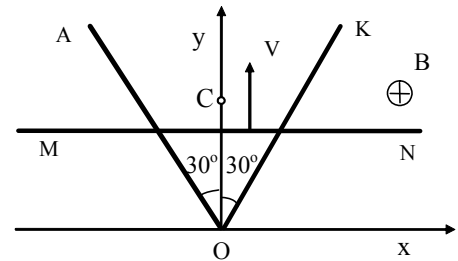
$$P = \frac{E^2}{R} = \frac{B^2 v^2 \ell^2}{\rho \ell} = \frac{B^2 v^2 \ell}{\rho}; \quad P_{\max} = \frac{E_{\max}^2}{R_{\max}} = \frac{2B^2 v^2 L \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\rho}.$$

5) Средняя мощность $P_{\text{cp}} = \frac{1}{2} P_{\max}$ за время $t_o = \frac{L}{v}$,

6) Полное количество теплоты, выделившейся в перемычке,

$$Q = P_{\text{cp}} t_o = \frac{B^2 v^2 L \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\rho} \cdot \frac{L}{v} = \frac{B^2 v L^2}{\rho} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

Итак, при $\alpha = 60^\circ$, $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $Q = \frac{B^2 v L^2}{\rho} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{B^2 v \cdot L^2}{\rho \sqrt{3}}$



РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА № 8

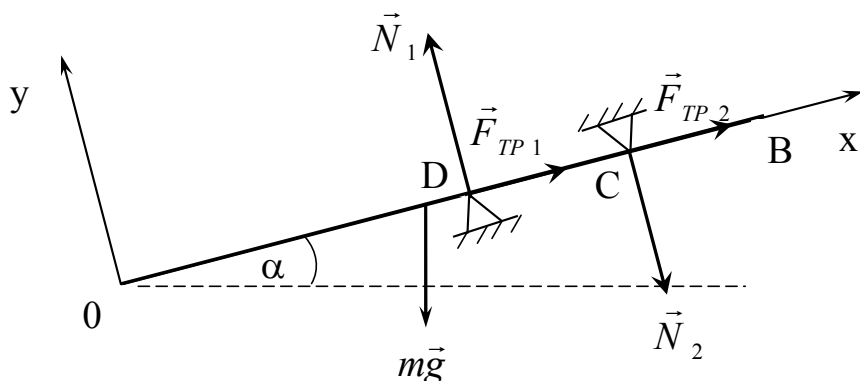
ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ: $\Delta p = mg\Delta t = 10 \cdot 9,8 \cdot 1 = 98 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

ЗАДАЧА 2. (8 баллов)

Ответ: $L \geq 2b + a \left(1 + \frac{\text{tg}\alpha}{\mu} \right) \geq 0,62 \text{ м}$.

На стержень ОВ действуют:



mg - сила тяжести; N_1 и N_2 - силы нормальной реакции опор D и C; $F_{\text{ТР}1}$ и $F_{\text{ТР}2}$ - силы трения. Силы трения направлены вдоль стержня вверх, так как стержень стремится соскользнуть вниз. Стержень будет находиться в равновесии, если будут выполняться два условия: Равенства нулю всех сил, действующих на стержень $\sum F_i = 0$

и равенства нулю моментов всех сил, действующих на стержень, относительно оси проходящей, например, через опору C, $\sum M_C(F_i) = 0$. Напишем для стержня первое условие равновесия:

$$mg + N_1 + F_{\text{ТР}1} + F_{\text{ТР}2} + N_2 = 0 \quad (1)$$

Направим ось x вдоль стержня, ось y перпендикулярно ей, и спроецируем на них уравнение (1).

$$F_{\text{ТР}1} + F_{\text{ТР}2} - mg \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$N_1 - N_2 - mg \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

Принимая во внимание, что $F_{\text{ТР}} \leq \mu N$, перепишем уравнения (2) и (3) в виде

$$\mu N_1 + \mu N_2 - mg \sin \alpha \geq 0 \quad (4)$$

$$N_1 - N_2 - mg \cos \alpha = 0 \quad (5)$$

Напишем для стержня второе условие равновесия относительно оси, проходящей через точку C:

$$M_1 - M_2 = 0 \quad (6), \text{ где } M_1 = mg\ell_1, \quad M_2 = N_1\ell_2 - \text{моменты сил } mg \text{ и } N_1$$

относительно выбранной оси, где $\ell_1 = (L/2 - b) \cos \alpha$ и $\ell_2 = a$ - плечи сил mg и N . Подставим выражения для M_1 и M_2 в (6), получим

$$mg(L/2 - b) \cos \alpha - N_1 a = 0 \quad (7).$$

Из уравнение (5) и (7) найдём

$$N_1 = \frac{mg \cos \alpha (L/2 - b)}{a} \quad N_2 = \frac{mg \cos \alpha (L/2 - b - a)}{a}, \text{ а затем из уравнения (4) выразим длину}$$

$$\text{стержня: } L \geq 2b + a \left(1 + \frac{\text{tg}\alpha}{\mu} \right).$$

Подставим $a = 0,1$; $b = 0,2$; $\mu = 0,5$; $\alpha = 30^\circ$; $\text{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,578$, найдём

$$L \geq 2 \cdot 0,2 + 0,1 \left(1 + \frac{0,578}{0,5} \right) = 0,4 + 0,1 \cdot (1 + 1,156) = 0,62 \text{ м}$$

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $H = \frac{Q}{mg}$.

1) $H = h_1 + h_2$ (1), где h_1 – высота груза m_1 над столом до начала движения; h_2 – высота подъема груза m_2 над столом после удара груза m_1 о стол.

2) Используя закон сохранения энергии и уравнение равнопеременного движения, получим

$$Q = W_{к1} = \frac{m_1 v^2}{2} \quad (2), \quad \text{откуда} \quad v^2 = \frac{2Q}{m_1}$$

3) $h_1 = \frac{v^2}{2a} = \frac{Q}{m_1 a}$ (3); 4) $h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{Q}{m_1 g}$ (4)

5) Подставляя (3) и (4) в (1), получим

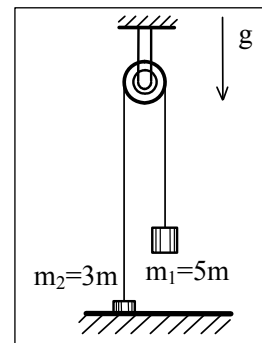
$$H = \frac{Q}{m_1} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{g} \right) \quad (5), \quad \text{где} \quad a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), найдем

$$H = \frac{Q}{m_1} \left(\frac{g+a}{ag} \right) = \frac{Q}{m_1 g} \left(\frac{g}{a} + 1 \right) = \frac{Q}{m_1 g} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} + 1 \right) = \frac{2Q}{(m_1 - m_2)g} \quad (7)$$

Подставим значения $m_1 = 5m$ $m_2 = 3m$ в (7), найдем

$$H = \frac{2Q}{(5m - 3m)g} = \frac{Q}{mg}$$



ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $A_1 = 0,45mgL$.

$\Delta W_{кит} = \sum A_i$. По условию $\Delta W_{кит} = 0$, следовательно, $A_1 + A_2 + A_3 = 0$, где A_1 -работа внешней силы, A_2 - работа силы тяжести, A_3 - работа силы Архимеда.

Искомая работа $A_1 = -A_2 - A_3$. $A_2 = -mg \frac{L}{2}$.

$$A_3 = \rho g 0,5V \cdot 0,5L + \rho g \cdot 0,5V \cdot 0,25L = (0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,25) \rho g VL = 0,375 \frac{m}{n} gL. \quad \text{При } n = 7$$

$$A_3 = \frac{0,375}{7} mgL = 0,0535 mgL \approx 0,05 mgL \quad A_2 = -\frac{mgL}{2}$$

$$A_1 = 0,5mgL - 0,05mgL = (0,5 - 0,05)mgL = 0,45mgL.$$

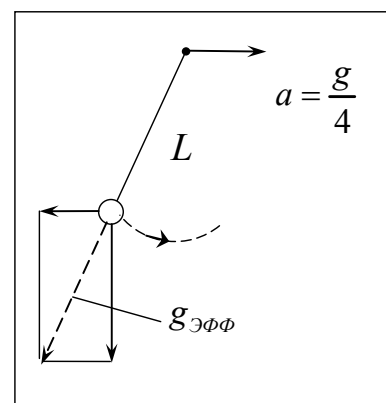
ЗАДАЧА 5. (10 баллов)

Ответ: $T = 4\pi \sqrt{\frac{L}{g\sqrt{17}}}$.

$$a = \frac{g}{4}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{эфф}}}, \quad (1) \quad \text{где}$$

$$g_{эфф} = \sqrt{g^2 + a^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{g}{4}\right)^2} = \frac{g}{4} \sqrt{17}$$

Подставляя $g_{эфф}$ в (1), получим $T = 2\pi \sqrt{\frac{4L}{g\sqrt{17}}} = 4\pi \sqrt{\frac{L}{g\sqrt{17}}}$.



ЗАДАЧА 6. (10 баллов)

Ответ:
$$N = \frac{2U}{3kT} = 8,0 \cdot 10^{20}$$

Аргон – одноатомный газ, следовательно средняя кинетическая энергия одного атома

$$\varepsilon = \frac{3}{2}kT$$

Искомое число атомов
$$N = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{2U}{3kT} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 8,0 \cdot 10^{20}$$

ЗАДАЧА 7. (10 баллов)

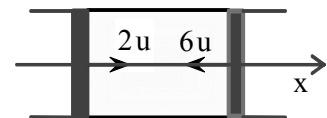
Ответ:
$$T = T_0 + \frac{32Mu^2}{3R}$$

В системе отсчёта, связанной с центром масс поршней, они движутся навстречу друг другу с равными скоростями (так как по условию их массы одинаковые). При этом кинетическая энергия поршней, переходит во внутреннюю энергию газа.

$$E_{\text{кин}} + U_0 = U,$$

где U_0 – начальная внутренняя энергия газа $U_0 = \nu c_v T_0$, где $\nu = 1$.

U – внутренняя энергия газа при максимальном его сжатии $U = \nu c_v T$.



Скорость центра масс поршней
$$v_C = \frac{M \cdot 2u - M \cdot 6u}{2M} = -2u$$

Скорость левого поршня в системе центра масс
$$v = 2u - v_C = 2u + 2u = 4u$$

Скорость правого поршня в системе центра масс
$$v = 6u - v_C = -6u + 2u = -4u$$

Используя закон сохранения энергии, запишем

Используя закон сохранения энергии, запишем (при $\nu = 1$):

$$2 \frac{M}{2} (4u)^2 + \frac{3}{2} RT_0 = \frac{3}{2} RT, \text{ откуда } T = T_0 + \frac{32Mu^2}{3R}$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

Ответ:
$$v = \sqrt{\frac{2q\varphi_A}{m}} = \frac{q}{2} \sqrt{\frac{1}{3m\pi\varepsilon_0 R}}$$

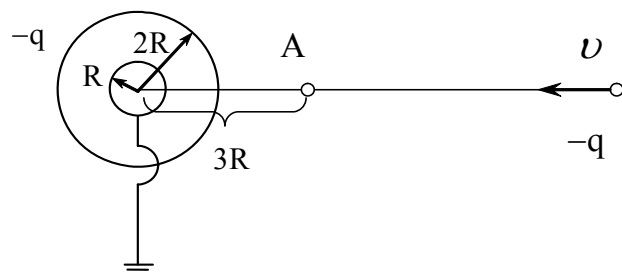
На заземлённой сфере наводится заряд q_x , который находится из условия равенства нулю потенциала внутренней сферы. Согласно принципу суперпозиции, потенциал внутренней сферы равен

$$\varphi = \frac{q_x}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2R} = 0,$$

откуда находим искомый заряд $q_x = \frac{q}{2}$.

Потенциал в точке А
$$\varphi_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 3R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 3R} = -\frac{1}{24} \frac{q}{\pi\varepsilon_0 \cdot R}; \varphi_A = -\frac{1}{24} \frac{q}{\pi\varepsilon_0 \cdot R}$$

По закону сохранения энергии
$$\frac{mv_{\text{min}}^2}{2} = q\varphi_A. \text{ Откуда } v = \sqrt{\frac{2q\varphi_A}{m}} = \frac{q}{2} \sqrt{\frac{1}{3m\pi\varepsilon_0 R}}$$



ЗАДАЧА 9. (12 баллов)

Ответ: $W = \frac{81}{50} CE^2$

Ток в цепи $I = \frac{2E}{5R}$ (1)

Закон Ома для правого участка цепи (участок АВ):

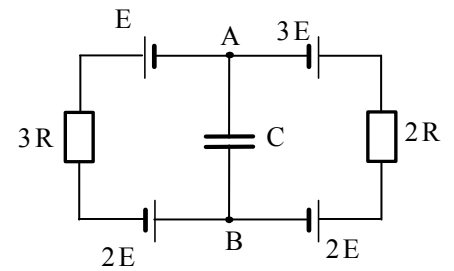
$$-I = \frac{(\varphi_A - \varphi_B) + 3E - 2E}{2R} \quad (2)$$

Из (1) и (2) найдем

$$\varphi_A - \varphi_B = -E - I(2R) = -E - \frac{2E}{5R} 2R = E \frac{-5R - 4R}{5R} = -E \frac{9R}{5R} = -\frac{9}{5} E$$

Обозначим $\varphi_A - \varphi_B = U$, тогда энергия конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C}{2} \left(\frac{9}{5} E \right)^2 = \frac{81}{50} CE^2$$



ЗАДАЧА 10. (12 баллов)

Ответ: $Q = \frac{\sqrt{3} B^2 v \cdot L^2}{2 \rho}$

1) ЭДС индукции $E = Bv \cdot l$,
где длина перемычки $l = x \cdot \operatorname{tg}\alpha$

При $x = C$ $l_{\max} = L \cdot \operatorname{tg}\alpha$

2) Сопротивление перемычки $R = \rho \cdot l$ $R_{\max} = \rho \cdot l_{\max} = \rho \cdot L \cdot \operatorname{tg}\alpha$

3) Тепловая мощность, выделившаяся в перемычке

$$P = \frac{E^2}{R} = \frac{B^2 v^2 l^2}{\rho l} = \frac{B^2 v^2 l}{\rho} \quad P_{\max} = \frac{B^2 v^2 L \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho}$$

4) Средняя мощность $P_{\text{cp}} = \frac{1}{2} P_{\max}$ за время $t_o = \frac{L}{v}$.

5) Полное количество теплоты, выделившейся в перемычке,

$$Q = P_{\text{cp}} t_o = \frac{1}{2} \frac{B^2 v^2 L \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho} \cdot \frac{L}{v} = \frac{1}{2} \frac{B^2 v \cdot L^2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho}$$

$$Q = P_{\text{cp}} t_o = \frac{1}{2} \frac{B^2 v^2 L \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho} \cdot \frac{L}{v} = \frac{1}{2} \frac{B^2 v \cdot L^2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{\rho}$$

Итак, при $\alpha = 60^\circ$ $\operatorname{tg}60^\circ = \sqrt{3}$. $Q = \frac{\sqrt{3} B^2 v L^2}{2 \rho}$

