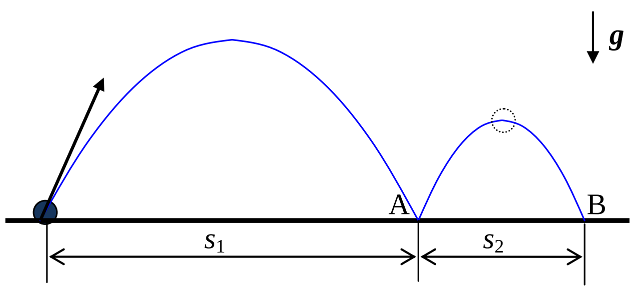
Решение задач для 8 класса. Вариант №5.

- Максимальный балл за каждую задачу – MAX = 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX = 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

1. (20 *баллов*) Мяч бросают с горизонтальной поверхности под углом к горизонту. Спустя время t_1 = 1 с мяч ударяется о поверхность в точке A, находящейся на расстоянии s_1 = 2 м от точки броска. После удара мяч подпрыгивает и снова ударяется о поверхность в точке B, находящейся на расстоянии s_2 = 0,16 м от точки A (см. рисунок). От точки A до точки B мяч движется время t_2 = 0,8 с. Найдите коэффициент трения между поверхностью и мячом. Удар считать почти мгновенным, мяч в процессе движения и при ударе не вращается. Сопротивлением воздуха пренебречь.



Решение:

Т.к. при мгновенном ударе сила нормальной реакции N много больше силы тяжести, то закон изменения импульса в проекциях на вертикальную ось y и горизонтальную ось x имеет вид:

$$\begin{cases} mv_{2y} - mv_{1y} = N\Delta t, \\ mv_{2x} - mv_{1x} = -F_{mp}\Delta t = -\mu N \Delta t, \end{cases} \Rightarrow \mu = \frac{v_{1x} - v_{2x}}{v_{2y} - v_{1y}}.$$

Воспользуемся данными задачи

$$v_{1x} = \frac{s_1}{t_1},\ v_{2x} = \frac{s_2}{t_2},\ v_{1y} = -g\frac{t_1}{2},\ v_{2y} = g\frac{t_2}{2}.$$

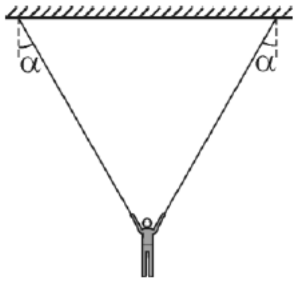
$$h_1 = \frac{g\left(\frac{t_1}{2}\right)^2}{2} = \frac{gt_1^2}{8},\ \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{8h_1}{g}}$$. Аналогично $t_2 = \sqrt{\frac{8h_2}{g}}$. $\Rightarrow$

Ответ. $\mu = \dfrac{2\left(\frac{s_1}{t_1} - \frac{s_2}{t_2}\right)}{g(t_1 + t_2)} = 0,2$.

Критерии оценивания задачи 1

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Записаны кинематические формулы движения мяча до удара	от 1 до 3 баллов
2	Записаны кинематические формулы движения мяча после удара	от 1 до 3 баллов
3	Записаны уравнения закона изменения импульса в проекции на ось x	от 1 до 2 баллов
4	Записаны уравнения закона изменения импульса в проекции на ось y	от 1 до 3 баллов
5	Записана формула для силы трения	1 балл
6	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ в аналитическом виде	от 1 до 6 баллов
7	Проведен численный расчет и получен числовой ответ с правильными единицами	от 1 до 2 баллов

2. (20 *баллов*) Перед выполнением упражнения гимнаст висит неподвижно, держась за два кольца, так что канаты, на которых подвешены кольца, образуют с вертикалью одинаковые углы α = 30° (см. рисунок). Во сколько раз увеличится нагрузка на правую руку гимнаста в тот момент, когда он резко отпустит левое кольцо? Размерами тела гимнаста по сравнению с длиной канатов пренебречь. Канаты считайте невесомыми и нерастяжимыми.



Решение:

Условие равновесия гимнаста на двух кольцах: $mg = 2T_1\cos\alpha$. В момент, когда гимнаст отпускает левое кольцо, его ускорение в проекции на направление правого каната (нормальное ускорение) равно нулю. Тогда в проекции на это направление: $T_2 = mg\cos\alpha$. Решая эту систему, получим

Ответ. $\dfrac{T_2}{T_1} = 2\cos^2\alpha = 1{,}5$.

Критерии оценивания задачи 2

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Записано условие равновесия гимнаста на двух кольцах	от 1 до 4 баллов
2	Установлено, что нормальное ускорение груза сразу после перерезания стропы равно нулю	5 баллов
3	Записаны уравнения второго закона Ньютона для гимнаста сразу после отпускания левого кольца	от 1 до 4 баллов
4	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ в аналитическом виде	от 1 до 5 баллов
5	Проведен численный расчет и получен числовой ответ с правильными единицами	от 1 до 2 баллов

3. (20 *баллов*) Среднее расстояние от Земли до Солнца равно $1{,}496 \cdot 10^8$ км, масса Солнца в 332940 раз больше массы Земли.

Как изменилась бы продолжительность земного года, если бы масса Земли увеличилась в 2 раза, а расстояние между Землей и Солнцем осталось таким же, как и сейчас?

Оцените, какой была бы продолжительность земного года, если бы масса Земли была равна массе Солнца, а расстояние между ними оставалось таким же, как и сейчас?

Решение:

Будем пренебрегать массами других планет солнечной системы и считать что орбита Земли круговая.

1. Т.к. масса Земли $M_З$ много меньше массы Солнца $M_С$: $M_З \ll M_C$, и Земля вращается вокруг неподвижного Солнца с периодом $T_0 = 365{,}25$ дней, который можно рассчитать так: $M_З\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 L = G\frac{M_З M_C}{L^2}, \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{GM_C}}$, где L – расстояние от Земли до Солнца.

Период обращения Земли вокруг Солнца не изменится т.к. при условии $M_З \ll M_C$ он не зависит от массы Земли.

2. Если масса Земли становится сопоставимой с массой Солнца, то притяжение Землей Солнца, приведет к движению последнего, и уже нельзя считать Солнце неподвижным. В этом случае следует учитывать, что Солнце и Земля представляют собой двойную систему и вращаются вокруг общего центра масс, который уже не находится в центре Солнца. Если бы масса Земли стала равной массе Солнца: $M_З = M_C = M$, то центр масс такой системы оказался бы посредине между Землей и Солнцем. Тогда период вращения Земли следует рассчитывать по формуле:

$$M\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{L}{2} = G\frac{M^2}{L^2}, \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{2GM}}.$$

Ответ. ($M = M_C$) $T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{2GM_C}} = \frac{T_0}{\sqrt{2}} = 258$ дней.

Критерии оценивания задачи 3

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются** **прибавляем количество баллов, если**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Получено выражение для периода обращения Земли вокруг Солнца в случае, когда масса Земли	от 1 до 5 баллов

	много меньше массы Солнца	
2	Дан ответ на первый вопрос	от 1 до 2 баллов
3	Есть понимание, что во втором случае, Солнце и Земля представляют собой двойную систему и вращаются вокруг общего центра масс	от 1 до 3 баллов
4	Записано уравнение для нахождения периода обращения Земли во втором случае и получена правильная формула	от 1 до 8 баллов
5	Получено правильное числовое значение периода обращения во втором случае	от 1 до 2 баллов

4. (20 *баллов*) Сосуд разделен на две равные части полупроницаемой неподвижной перегородкой. В обеих частях сосуда находится кислород O_2, молекулы которого могут свободно проходить через перегородку. В некоторый момент под действием электрического разряда весь кислород, находившийся в левой части сосуда, превращается в озон O_3. Для молекул озона перегородка непроницаема. Определите отношение давлений в левой и правой частях сосуда после установления в них равновесия и выравнивания температур. Химическая реакция образования озона: $3O_2 \rightarrow 2O_3$. Считать, что обратного превращения озона в кислород не происходит.

Решение:

1. Пусть первоначально в сосуде, объем которого обозначим V, было ν моль кислорода O2. Значит, $\frac{\nu}{2}$ моль кислорода превратилось в озон O3.

2. Т.к. из трех молекул кислорода получается 2 молекулы озона, то после установления равновесия в сосуде и выравнивания температур в нем будет

кислорода O_2 – $\frac{\nu}{2}$ моль, который занимает весь объем сосуда *V*;

озона O_3 – $\frac{2}{3}\cdot\frac{\nu}{2}=\frac{\nu}{3}$ моль, занимающий объем $\frac{V}{2}$ в левой части сосуда.

3. Пусть установившаяся температура в сосуде *T*. Парциальные давления кислорода $p_к$ и озона $p_о$ найдем из уравнений состояния.

$$p_к V=\frac{\nu}{2}RT \Rightarrow p_к=\frac{\nu RT}{2V} \qquad (1)$$

$$p_o \frac{V}{2} = \frac{\nu}{3} RT \Rightarrow p_o = \frac{2\nu RT}{3V} \qquad (2)$$

4. Давление в левой части сосуда

$$p_{лев} = p_к + p_о = \frac{\nu RT}{2V} + \frac{2\nu RT}{3V} = \frac{7\nu RT}{6V}, \qquad (3)$$

в правой части – $p_{пр} = p_к = \frac{\nu RT}{2V}$, (4)

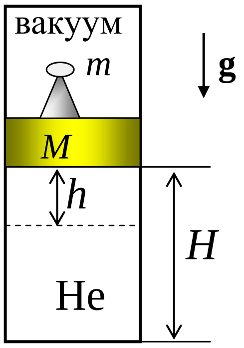
5. Отношение давлений $\frac{p_{лев}}{p_{пр}} = \frac{7}{3}$. (5)

Ответ. $\frac{p_{лев}}{p_{пр}} = \frac{7}{3}$.

Критерии оценивания задачи 4

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются** **прибавляем количество баллов, если**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Указано количество кислорода в сосуде после установления равновесия	от 1 до 2 баллов
2	После установления равновесия кислород занимает весь объем сосуда	1 балл
3	Получено количество озона в сосуде после установления равновесия	от 1 до 3 баллов
4	После установления равновесия весь озон находится в левой части сосуда	1 балл
5	Получена формула для парциального давления кислорода (1)	от 1 до 2 баллов
6	Получена формула для парциального давления озона (2)	от 1 до 2 баллов
7	Для решения задачи используется закон Дальтона	1 балл
8	Получена формула для давления в левой части сосуда (3)	от 1 до 3 баллов
9	Получена формула для давления в правой части сосуда (3)	от 1 до 3 баллов
10	Найдено отношение давлений (4)	от 1 до 2 баллов

5. (20 *баллов*) В вертикальном теплоизолированном цилиндре поршень массой M находится в равновесии на высоте H от дна цилиндра. Под поршнем находится гелий, над поршнем вакуум. На поршень плавно опускается мини-робот массой $m = \dfrac{M}{2}$ (см. рисунок). Пренебрегая трением и теплообменом между гелием и поршнем, определите, на какое расстояние h опустится поршень после установления равновесия в цилиндре?



Решение:

1. Начальное состояние. $U_{нач} = \dfrac{3}{2}\nu RT = \dfrac{3}{2}pV$, где $V = HS$, $pS = Mg$ (условие равновесия поршня).

2. Конечное состояние. $U_{кон} = \dfrac{3}{2}\nu RT_к = \dfrac{3}{2}p_к V_к$, где $V_к = (H-h)S$, $p_к S = (M+m)g$ (условие равновесия поршня).

Внешние силы совершают положительную работу $A' = (M+m)gh$, соответственно работа гелия $A = -A' = -(M+m)gh = -p_{кон}Sh$

3. Т.к. цилиндр теплоизолирован, то $Q = U_{кон} - U_{нач} + A = 0$, $\Rightarrow$

$3mgH = 5(M+m)h$.

($m = \dfrac{M}{2}$). $\Rightarrow$ $h = \dfrac{H}{5}$.

Ответ: $h = \dfrac{H}{5}$.

Критерии оценивания задачи 5

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Записано условие равновесия поршня в начальном состоянии	от 1 до 2 баллов
2	Записано уравнение состояния гелия в начальном состоянии	1 балл
3	Записано выражение для внутренней энергии гелия в начальном состоянии	от 1 до 2 баллов
4	Записано условие равновесия поршня в конечном состоянии	от 1 до 2 баллов
5	Записано уравнение состояния гелия в конечном состоянии	1 балл
6	Записано выражение для внутренней энергии гелия в конечном состоянии	от 1 до 2 баллов
7	Получена формула для работы гелия	от 1 до 2 баллов
8	Используется первое начало термодинамики для изолированной системы	от 1 до 2 баллов
9	Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ	от 1 до 6 баллов