Первый (заочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Математика», осень 2016 г.
9 КЛАСС

1. Вычислите $\sqrt[3]{50-19\sqrt{7}}$

(15 баллов)

2. Пусть M - множество точек плоскости с координатами $(x;y)$ таких, что числа $3x$, $2y$ и $9-y$ являются длинами сторон некоторого треугольника. Постройте фигуру M и найдите её площадь.

(15 баллов)

3. Три велосипедиста должны проехать из пункта A в пункт B и обратно. Расстояние AB равно 120 км. Сначала стартует первый велосипедист, через час – второй, ещё через час – третий. Некоторую точку C, находящуюся между пунктами A и B, все три велосипедиста проехали одновременно (до этого ни один из них в B не побывал). Третий велосипедист, доехав до B и сразу повернув назад, встречает второго в 108 км от A, а первого – в 100 км от A. Найдите скорости велосипедистов.

(15 балов)

4. ABC – равнобедренный треугольник с боковой стороной, равной a. Один их углов треугольника равен $120°$. O – центр окружности, касающейся основания треугольника и продолжений его боковых сторон, F – центр окружности, касающейся боковой стороны AB и продолжений основания AC и боковой стороны BC, а P - центр окружности, касающейся боковой стороны BC и продолжений основания AC и боковой стороны AB. Найдите площадь треугольника OFP.

(15 баллов)

5. При каких значениях параметра a площадь фигуры, заданной системой неравенств

$$\begin{cases} y \geq |x| \\ y \leq \dfrac{a+4}{2} - |x-a| \end{cases}$$

а) равна $\frac{5}{2}$? б) При каких значениях параметра a площадь фигуры будет наибольшей?

(20 баллов)

6. Даны два натуральных числа K и L. Число K имеет L делителей, а число L имеет $\dfrac{K}{2}$ делителей. Определите количество делителей числа $K+2L$.

(20 баллов)