

**Первый (заочный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету
«Математика», осень 2016 г.**

10 КЛАСС

1. Буратино, Карабас-Барабас и Дуремар бегают по тропинке вокруг круглого пруда. Они стартуют одновременно в одной точке, Буратино бежит в одну сторону, а Карабас-Барабас и Дуремар в другую. Буратино бежит в три раза быстрее Дуремара и в четыре раза быстрее Карабаса-Барабаса. После того, как Буратино встретил Дуремара, через 150 метров он встретил Карабаса-Барабаса. Какова длина тропинки вокруг пруда?

(15 баллов)

2. Известно, что a , b и c - натуральные числа, $НОК(a,b) = 945$, $НОК(b,c) = 525$.

Чему может равняться $НОК(a,c)$?

(15 баллов)

3. На плоскости отмечены 3 различные точки M , G и T так, что фигура, составленная из точек M , G и T , не имеет ни одной оси симметрии. Постройте на этой плоскости такую точку U , чтобы фигура, составленная из точек M , G , T и U , имела хотя бы одну ось симметрии. Сколько существует различных таких точек в данной плоскости?

(15 баллов)

4. При каких значениях a и b уравнения $2x^3 + ax - 12 = 0$ и $x^2 + bx + 2 = 0$ имеют два общих корня?

(15 баллов)

5. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{2016\frac{1}{2} + x} + \sqrt{2016\frac{1}{2} + y} = 114 \\ \sqrt{2016\frac{1}{2} - x} + \sqrt{2016\frac{1}{2} - y} = 56 \end{cases}.$$

(20 баллов)

6. Около равнобедренного треугольника с углом 45° при вершине описана окружность. Вторая окружность касается первой внутренним образом и двух боковых сторон данного треугольника. Расстояние от центра второй окружности до данной вершины треугольника равно 4 см. Найдите расстояние от этого центра до центра окружности, вписанной в данный треугольник.

(20 баллов)