

Второй (заключительный) этап олимпиады школьников
«Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету
«Математика», 10 класс, весна 2017 г.

Вариант №1

1. Вычислить $x^3 + 3x$, где $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}}$ (15 баллов)

2. На автобазе имеется в наличии 5 красных, 6 синих и 5 желтых автобусов. Случайным образом составляется колонна из 7 автобусов. Какова вероятность, что первым в колонне будет красный автобус, а среди остальных нет красных, но зато ровно 4 синих?

(15 баллов)

3. Найти сумму квадратов корней уравнения: (15 баллов)

$$(x^2 + 4x)^2 - 2016(x^2 + 4x) + 2017 = 0$$

4. На окружности с равными интервалами расположены 5 точек A, B, C, D и E . Даны два вектора $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$. Выразите вектор \overrightarrow{EC} через \vec{a} и \vec{b} . (15 баллов)

5. Найти все значения параметров a, b и c , при которых множество действительных корней уравнения $x^5 + 4x^4 + ax^2 = bx + 4c$ состоит ровно из двух чисел 2 и -2 .

(20 баллов)

6. В прямоугольном треугольнике $ABC: \angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 4$. На прямой BC отмечается такая точка D ($CD > BD$), что $\angle ADC = 45^\circ$. На прямой AD отмечается такая точка E , что периметр треугольника CBE – наименьший из возможных. Затем, на прямой DC отмечается такая точка F , что периметр треугольника AFE – наименьший из возможных. Найти CF .

(20 баллов)

Второй (заключительный) этап олимпиады школьников
«Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету
«Математика», 10 класс, весна 2017 г.

Вариант №2

1. Вычислить $x^3 - 3x$, где $x = \sqrt[3]{7 + 4\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{7 + 4\sqrt{3}}}$ (15 баллов)

2. В коробке 3 красные, 4 золотые и 5 серебряных звёздочек. Случайным образом из коробки вынимают по одной звезде и вешают их на ёлку. Какова вероятность, что на макушке ёлки окажется красная звезда, больше на ёлке красных звёзд не будет, а золотых окажется ровно 3, если всего из коробки достали 6 звёздочек? (15 баллов)

3. Найти сумму квадратов корней уравнения: (15 баллов)

$$(x^2 + 6x)^2 - 1580(x^2 + 6x) + 1581 = 0$$

4. На окружности с равными интервалами расположены 5 точек A, B, C, D и E . Даны два вектора $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$. Выразите вектор \overrightarrow{AC} через \vec{a} и \vec{b} . (15 баллов)

5. Найти все значения параметров a, b и c , при которых множество действительных корней уравнения $x^5 + 4x^4 + ax = bx^2 + 4c$ состоит ровно из двух чисел 2 и -2 . (20 баллов)

6. $CAKD$ – квадрат со стороной 6. На стороне CD выбирается точка B ($BD = 2$), а на прямой AD – такая точка E , что периметр треугольника BEC – наименьший из возможных. Затем, на прямой DC отмечается такая точка F , что периметр треугольника FEA – наименьший из возможных. Найти EF . (20 баллов)