ЗАДАНИЕ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА. 7, 8 и 9 классы.

Задание состояло из двух частей: тестовое задание и основная часть.

Часть I: тестовое задание.

Эта часть представляла собой тестовое задание, индивидуальное для каждого участника, причем все варианты тестового задания были равнозначны. Один из вопросов требовал выбрать вариант ответа из предложенных, остальные требовали введения ответа. Несмотря на тестовый характер, задания этой части тоже были «олимпиадного» типа, но проверка этой части производилась автоматически. Ниже приводится в качестве примера один из вариантов с комментариями методической комиссии.

Вопрос 1 (5 баллов):

Четыре приятеля взяли одинаковые чашки горячего кофе с одинаковой температурой, по два кусочка сахара и по одному пакетику сливок комнатной температуры. Все они начали пить кофе через 5 минут, хотя действовали по-разному. Первый растворил в кофе сахар и сливки на первой минуте ожидания, второй – на последней минуте ожидания, третий растворил сахар на первой минуте ожидания, а сливки добавил на последней, а четвертый добавил сливки на первой минуте ожидания, а сахар растворил на последней. Кто из них пил самый холодный кофе?

Варианты ответа:

а) первый б) второй в) третий г) четвертый

д) все пили кофе одинаковой температуры

Правильный ответ: «второй».

Комментарий: И растворение сахара, и добавление сливок понижает температуру кофе (а сливки еще создают жировую плену на его поверхности). В результате эти действия замедляют его остывание. Следовательно, для получения наиболее горячего кофе необходимо произвести эти действия как можно раньше, а для получения наиболее холодного – как можно позже.

Вопрос 2 (5 баллов):

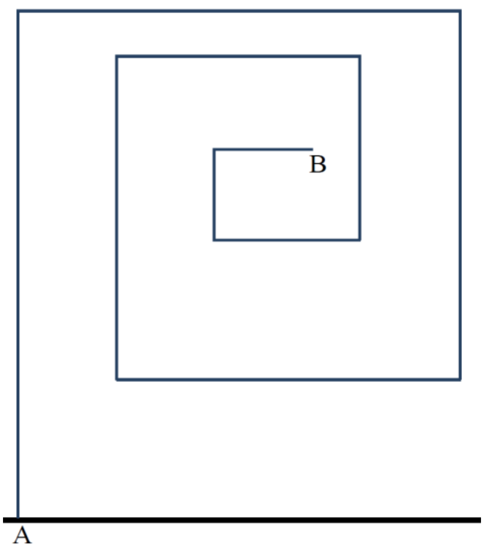


Рисунок 1.

Из однородной проволоки изготовлена спираль, составленная из прямолинейных отрезков убывающей длины: первый отрезок – 11 см, второй – 9 см, третий – 8 см, четвертый и пятый – по 7 см, шестой – 5 см, седьмой – 4 см, восьмой – 3 см, девятый и десятый – по 2 см. Соседние отрезки перпендикулярны друг другу (рисунок 1). Известно, что, благодаря тепловому расширению, длина отрезка из этой проволоки увеличивается на 0,1% при нагревании на 1ºС. Конец А спирали жестко закреплен на не расширяющейся при нагревании подставке. На сколько миллиметров сместится от начального положения конец В при нагревании спирали на 10ºС? Ответ запишите с округлением до целого значения.

Правильный ответ: 1.

Комментарий: При нагревании на 10ºС все размеры в «спирали» увеличиваются на 1%, и точка А остается неподвижной. В частности, увеличивается в этой же пропорции длина отрезка АВ. Изначально смещение от точки А к В по горизонтали составляло (9-7+5-3+2) см, то есть 6 см, а по вертикали – (11-8+7-4+2) см = 8 см. Поэтому начальная длина этого отрезка по теореме Пифагора 10 см, а после нагревания на 10ºС – 10,1 см. Итак, точка В сместится в направлении от точки А на 1 мм.

Вопрос 3 (5 баллов):

Мистер Икс прячется в кладовке. Внешняя поверхность двери между этой кладовкой и очень большим темным залом зеркальная. Точно напротив зеркальной двери у противоположной стены стоит мистер Игрек с зажженной свечой в руках. Дверь начинает медленно открываться <u>внутрь</u> кладовки. Ширина двери $D = 70$ см. Мистер Икс стоит у стены кладовки, лицом в сторону двери, и от его лица до края двери $L = 72$ см (см. рисунок 2). В тот момент, когда ширина открывшегося проема составила $d = 42$ см, мистер Икс своим правым глазом увидел свечу. Определите расстояние x между стенкой и правым глазом мистера Икса. Ответ запишите в сантиметрах целым числом.

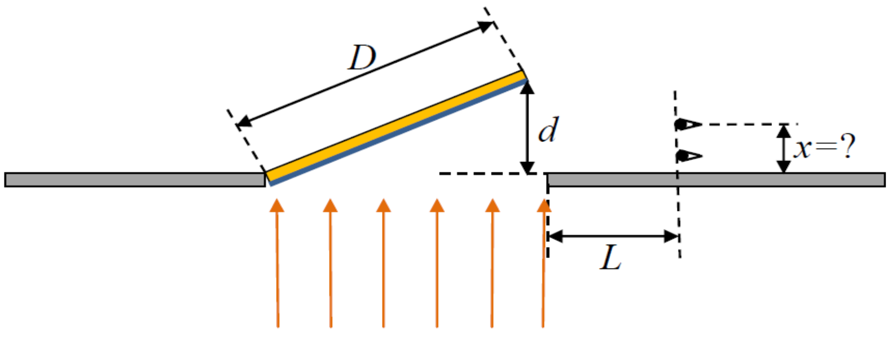
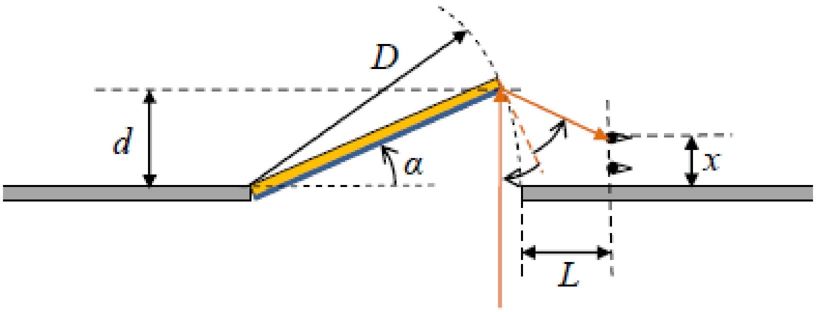


Рисунок 2.

Правильный ответ: 17 (принимался также ответ 16).

Комментарий: Для учеников младших классов наиболее простой способ решения – графический. Выполнив в разумном масштабе построение с помощью циркуля, линейки и транспортира, с учетом закона отражения света (в правый глаз мистера Икса первым попадает луч, отраженный от края двери, и при этом падающие лучи идут практически перпендикулярно стене, а угол падения равен углу отражения), можно измерить расстояние x на полученном чертеже:



Аналитическое решение было возможно только для тех участников, которые были знакомы с тригонометрическими функциями. Поскольку $\sin(\alpha) = \dfrac{d}{D}$, и при этом, как видно из рисунка, $d - x = [L + D - D\cos(\alpha)]\dfrac{\cos(2\alpha)}{\sin(2\alpha)} = [L + D - D\cos(\alpha)]\dfrac{1 - 2\sin^2(\alpha)}{2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}$, то $x = d - [L + D - \sqrt{D^2 - d^2}]\dfrac{D^2 - 2d^2}{2d\sqrt{D^2 - d^2}} \approx 16{,}9$ см. При округлении до целого получаем ответ $x \approx 17$ см. Учитывая возможные погрешности при построении, в качестве правильного во всех вариантах принимался любой целый ответ, отличающийся от точного менее чем на 1 см.

Вопрос 4 (15 баллов):

При изменении силы тока, протекающего через спираль лампы накаливания, изменяется равновесная температура спирали. Из-за этого меняется ее сопротивление, и в результате для лампы накаливания не действует закон Ома в обычной форме: ток через лампу не пропорционален приложенному напряжению. Рассмотрим схему, показанную на рисунке 3. Между клеммами *A* и *B* поддерживается неизменное напряжение. Если замкнуть клеммы *C* и *D* проводом с пренебрежимо малым сопротивлением, то практически идеальный амперметр в схеме покажет силу тока, равную $I = 4{,}20$ А. Допустим, что у нас есть две одинаковые лампочки, для которых связь силы тока с приложенным напряжением дается формулой $I(U) = I_0\sqrt{\dfrac{U}{U_0}}$. Если соединить эти лампочки последовательно и подключить к клеммам *C* и *D*, амперметр покажет ток $I_1 = 0{,}70$ А. Каковы будут показания амперметра, если подключить к клеммам *C* и *D* эти же две лампочки, но соединенные параллельно? Ответ запишите в амперах, в десятичной форме, с двумя знаками после запятой.

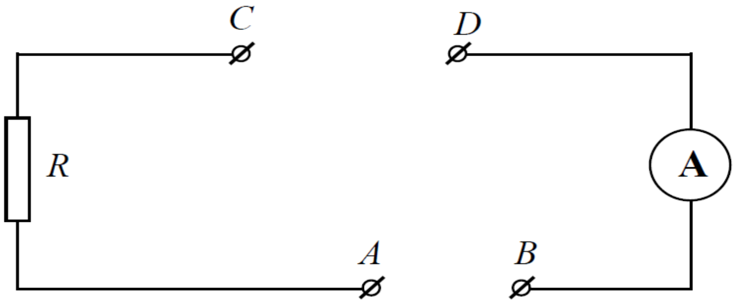


Рисунок 3.

Правильный ответ: 1,68.

Комментарий: Опыт с коротким замыкание клемм C и D позволяет записать для напряжения между клеммами A и B: $U_{AB} \approx IR$. При последовательном подключении ламп ток в них одинаков и равен I_1, а напряжения на лампах одинаковы и равны $U(I_1) = U_0\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2$. Поэтому: $2U_0\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2 = U_{AB} - I_1R = (I - I_1)R$. Если при параллельном включении через амперметр течет ток I_2, то ток в каждой из ламп равен $\frac{I_2}{2}$, и поэтому $U_0\left(\frac{I_2}{2I_0}\right)^2 = U_{AB} - I_2R = (I - I_2)R$. Разделив эти соотношения друг на друга, получаем уравнение для определения I_2: $I_2^2 + \frac{8I_1^2}{I - I_1}I_2 - \frac{8II_1^2}{I - I_1} = 0$. Физический смысл имеет положительный корень, поэтому $I_2 = \frac{2I_1}{I - I_1}[\sqrt{4I_1^2 + 2I(I - I_1)} - 2I_1] = 1{,}68$ А.

Максимальный балл за часть I: 30 баллов.

Часть II.

Задания этой части носили творческий характер и имели высокий уровень сложности. При проверке жюри обращало внимание не только на правильность вычислений, но и на правильное понимание участником сути рассматриваемого физического явления.

ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И ОТВЕТЫ.

1. («**Тетрадные измерения**») Возьмите лист из стандартной тетради «в клеточку». Как, не пользуясь ничем, кроме ножниц, двух деревянных планок и самого листа, измерить его толщину? Опишите методику измерений, выполните их для имеющегося у Вас подходящего листа. Какое значение толщины Вы получили? Какова точность Вашего результата (постарайтесь сделать так, чтобы она была достаточно хорошей и используйте для этого все разрешенное оборудование)?

Решение:

Ножницами можно вырезать из листа «полоски» шириной в одну-две-три клетки. Если складывать полоски по «гармошкой», а затем с помощью планок плотно прижимать «гармошки» друг к другу, то расстояние между планками будет соответствовать толщине большого числа листов бумаги. Можно добиться того, чтобы это расстояние оказалось равно стороне одной клетки листа, который используется еще и как линейка – длина этой стороны примерно 5 мм. Источники ошибки – отличие длины стороны от 5 мм (допускается оценка участником возможного разброса без специального основания) и разброс количества слоев бумаги в 5 мм. Лучше всего поставить эксперимент с «прижатием» хотя бы три – пять раз. «Реалистичные» значения: сторона клетки $a = (5 \pm 0{,}2)$ мм, количество «слоев» в 5 мм варьируется на 4-8 от измерения к измерению (при достаточно качественном прижатии). Конкретное количество слоев зависит от сорта бумаги – в изученных образцах оно колебалось от 80 до 100. Например: если

$a = (5 \pm 0{,}1)$ мм, а $N = (94 \pm 3)$, то толщина листа $d = \dfrac{a}{N} \approx 0{,}0532$ мм. Ошибку измерения можно оценить, обратив внимание, что $\dfrac{0{,}1}{5} = 0{,}02$ и $\dfrac{3}{94} \approx 0{,}03$, так что суммарная ошибка не превышает 5%: $d = (0{,}053 \pm 0{,}003)$ мм. На самом деле, с учетом законов статистики, стандартное отклонение $\dfrac{\Delta d}{d} \approx 0{,}036$, и реально точность даже несколько выше: $d = (0{,}053 \pm 0{,}002)$ мм, но на уровне требований школьной программы оба подхода следует считать правильными.

ОТВЕТ: $d = (0{,}053 \pm 0{,}002)$ мм.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Использование идеи измерения толщины многих слоев	**2**	
Использование планок для прижатия слоев друг к другу	**2**	
Использование клеток листа для измерения расстояния	**2**	
Проведение нескольких измерений числа слоев	**2**	
Получение разумного ответа (диапазон от 0,040 до 0,065 мм)	**4**	с «выходом» до 0,02 мм – **2 балла**
Разумная оценка погрешности (диапазон от 0,001 до 0,005 мм)	**3**	При ошибке до 0,01 мм – **1 балл**
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	**15**	

2. («**Гонки по наклонной**») Два ученика 7 класса – Петр и Василий – поднимались, стоя на эскалаторе, двигавшемся со скоростью u. Доехав до середины подъема, они, сговорившись заранее, одновременно перебросили свои портфели на параллельный эскалатор, который двигался вниз с такой же скоростью. Сразу после этого они побежали за своими портфелями разными путями. Петр побежал по своему эскалатору вверх, где быстро перескочил на спускающийся эскалатор и побежал по нему вслед за портфелями. Василий побежал по своему эскалатору вниз, где также быстро перескочил на встречный эскалатор и побежал по нему навстречу портфелям. Оба бежали с максимальными для себя скоростями, которые для обоих мальчиков одинаковы: по неподвижному эскалатору вверх они могут бежать со скоростью V_1, а вниз – со скоростью V_2. При каком соотношении между u, V_1 и V_2 Петр и Василий одновременно добегут до портфелей, причем их встреча произойдет на спускающемся эскалаторе? Перечислить все возможные варианты (приняв во внимание, что по условию задачи все скорости отличны от нуля!).

Решение:

Вычислим время «погони» для Петра. Оно состоит из времени подъема по своему эскалатору $t_1 = \dfrac{L}{2(V_1 + u)}$ (здесь L – длина эскалатора, а u – скорость его движения) и времени спуска t_2 по встречному эскалатору до портфелей. Поскольку за время подъема Петра портфели удалились от верха эскалатора на расстояние $s = ut_1 = \dfrac{uL}{2(V_1 + u)}$, а Петр догоняет портфели со скоростью V_2, то $t_2 = \frac{1}{V_2}\left[\frac{L}{2} + s\right] = \frac{L(V_1 + 2u)}{2V_2(V_1 + u)}$. Полное время погони $t_П = t_1 + t_2 = \frac{L(V_1 + V_2 + 2u)}{2V_2(V_1 + u)}$. Аналогично можно вычислить и время погони для Василия: $t_1' = \frac{L}{2(V_2 - u)}$, $s' = ut_1' = \frac{uL}{2(V_2 - u)}$, $t_2' = \frac{1}{V_1}\left[\frac{L}{2} - s'\right] = \frac{L(V_2 - 2u)}{2V_1(V_2 - u)}$. Следовательно, $t_B = t_1' + t_2' = \frac{L(V_1 + V_2 - 2u)}{2V_1(V_2 - u)}$. Мальчики одновременно добегут до портфелей, если $t_П = t_B \Rightarrow \frac{(V_1 + V_2 + 2u)}{V_2(V_1 + u)} = \frac{(V_1 + V_2 - 2u)}{V_1(V_2 - u)}$. Это соотношение приводится к виду:

$$u(V_2 - V_1)(V_2 - V_1 - 2u) = 0.$$

По условию $u \neq 0$, поэтому возможные соотношения между скоростями, обеспечивающие одновременность встречи – это $V_2 = V_1$ и $V_2 = V_1 + 2u$. Для того, чтобы встреча произошла на эскалаторе, необходимо, чтобы Василий достигал нижней точки своего эскалатора раньше, чем портфели доедут до нижней точки своего, то есть $V_2 - u > u \Rightarrow V_2 > 2u$. Поскольку по условию $V_1 > 0$, то при $V_2 = V_1 + 2u$ это требование выполнено, а при $V_2 = V_1$ оно ограничивает возможные значения скоростей.

ОТВЕТ: должно быть $V_2 = V_1 > 2u$ либо $V_2 = V_1 + 2u$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Записаны правильные соотношения, определяющие время погони (для каждого из мальчиков)	**2**	всего 4
Записано правильное уравнение для условия одновременности встречи	**2**	
Получены условия на скорости $V_2 = V_1$ и $V_2 = V_1 + 2u$	**3**	за каждое
Учтено условие $V_2 > 2u$	**3**	
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	**15**	

3. («**Тепловой подъемник**») Талантливый инженер Савелий Умкин сконструировал подъемник, представлявший собой вертикальную гладкую теплоизолирующую трубу, герметично закрытую с нижнего конца, внутри которой находится подвижный горизонтальный легкий поршень. Под поршнем находится вода, а подъем поршня происходит за счет ее испарения. Однажды зимой инженер включил нагреватель своей машины, когда под поршнем были равные количества воды и льда в равновесии. В процессе нагрева воды до $t_1 = 100°C$ он постепенно нагружал поршень так, чтобы он оставался на месте. После того, как температура достигла этого значения, инженер перестал нагружать поршень, и тот поехал вверх. Поршень достиг конца трубы, где ударился о специальные упоры и сбросил груз точно к тому моменту, когда вся вода испарилась. Определите КПД подъемника в описанном цикле, то есть отношение работы пара над поршнем в процессе подъема к количеству тепла, сообщенному воде от нагревателя. Использовать следующие данные: удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 334$ кДж/кг, удельная теплоемкость жидкой воды $c \approx 4200$ Дж/(кг·К), удельная теплота

парообразования воды $r \approx 2480$ кДж/кг, плотность насыщенного водяного пара при $100°C$ $\rho \approx 0{,}59$ кг/м^3, давление насыщенного водяного пара при этой температуре $p \approx 101$ кПа.

Решение:

Поскольку в начальном состоянии находились в равновесии вода и лед, то начальная температура была равна $t_0 = 0°C$. Когда температура достигла $t_1 = 100°C$, часть воды уже испарилась, и давление на поршень создавал насыщенный водяной пар, давление которого при этой температуре равно $p_1 \approx 101$ кПа. Это давление было немного больше внешней нагрузки (веса груза и внешнего давления), и поршень (как сказано в условии) поехал вверх. В процессе подъема поршня давление (а значит, и температура) вплоть до полного испарения жидкости поддерживалось неизменным. Если пренебречь объемом воды и льда по сравнению с объемом образовавшегося пара, то высота подъема поршня $h \approx \frac{V_{пара}}{S} = \frac{m}{S\rho}$, где S – площадь сечения трубы, а m – общая масса воды под поршнем.

Следовательно, работа пара над поршнем в процессе подъема $A = p_1 S \cdot h = \frac{m p_1}{\rho}$.

Количество тепла, сообщенное воде от нагревателя, состоит из теплоты плавления льда $Q_1 = \frac{m}{2}\lambda$, теплоты нагревания воды $Q_2 = cm(t_1 - t_0)$ и теплоты испарения воды $Q_3 = mr$.

Поэтому $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m\left[\frac{\lambda}{2} + c(t_1 - t_0) + r\right]$. Теперь можно определить КПД подъемника: $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{2p_1}{\rho[\lambda + 2c(t_1 - t_0) + 2r]} \approx 0{,}0558 \approx 5{,}6\%$.

ОТВЕТ: $\eta = \frac{2p_1}{\rho[\lambda + 2c(t_1 - t_0) + 2r]} \approx 0{,}0558 \approx 5{,}6\%$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

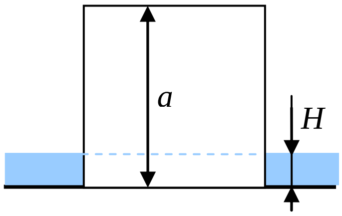
Определена начальная температура $t_0 = 0°C$	**2**	
Определено давление пара в процессе подъема поршня	**2**	
Определена высота подъема поршня	**2**	
Вычислена работа поршня	**4**	
Правильно перечислены три составляющих количества теплоты	**2**	за каждое
Вычислен КПД	**4**	
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	**20**	

4. («**пружина против Архимеда**») На дне бассейна лежит куб с длиной ребра a из материала, плотность которого в пять раз меньше плотности воды. К центру нижней грани куба прикреплен конец невесомой пружины, длина которой в недеформированном состоянии равна $l = 4a$. Второй конец пружины закреплен на дне бассейна (кольца пружины достаточно мягкие, а проволока, из которой она изготовлена, достаточно тонкая, так что куб, несмотря на пружину, лежит на дне практически ровно, приподнимаясь над дном на расстояние, много меньшее a). В бассейн налили воду до уровня H (относительно дна бассейна). Какая часть объема куба будет находиться под водой в

состоянии равновесия? Известно, что при подвешивании куба на этой пружине к потолку (в воздухе) удлинение пружины $\Delta l = \frac{a}{4}$.

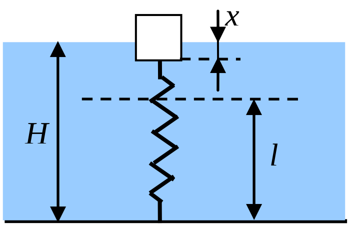
Решение:

Важно последовательно проследить, что будет происходить с кубом при повышении уровня воды. Поначалу, при достаточно низком уровне, куб будет лежать на дне. В этом случае под водой будет находиться часть объема, соответствующая глубине слоя воды: $\frac{V_n}{V} = \frac{a^2 H}{a^3} = \frac{H}{a}$.



Отрыв куба от дна бассейна произойдет, когда величина силы Архимеда сравняется с величиной действующей на куб силы тяжести: $F_A = \rho a^2 Hg = mg = \frac{\rho}{5} a^3 g \Rightarrow H_1 = \frac{a}{5}$.

Таким образом, при $H > \frac{a}{5}$ куб оторвется от дна и будет всплывать вместе с подъемом уровня жидкости. Пока пружина не натянется, будет поддерживаться равновесие сил Архимеда и тяжести, и поэтому глубина погружения куба будет оставаться неизменной, и $\frac{V_n}{V} = \frac{1}{5}$. Пружина натянется, когда высота уровня сравняется с суммой $l = 4a$ и глубины погружения, то есть при $H_2 = \frac{21}{5} a$.



Далее условие равновесия сил принимает вид:

$$F_A = mg + k\Delta l \Rightarrow \rho a^2 xg = \frac{\rho}{5} a^3 g + k(H - 4a - x),$$

где x – глубина погружения куба, а k – коэффициент жесткости пружины, удлинение которой $\Delta l = H - l - x = H - 4a - x$. Поскольку, согласно условию, $k\frac{a}{4} = mg = \frac{\rho}{5} a^3 g$, то $k = \frac{4}{5} \rho a^2 g$, и поэтому

$$x = \frac{a}{5} + \frac{4}{5}(H - 4a - x) \Rightarrow x = \frac{4H - 15a}{9} \Rightarrow \frac{V_n}{V} = \frac{4H}{9a} - \frac{5}{3}.$$

По смыслу этой величины она не может быть больше единицы, поэтому эта формула применима только до уровня, при котором $\frac{4H}{9a} - \frac{5}{3} = 1 \Rightarrow H_3 = 6a$. При большем уровне воды пружина уже целиком удерживает куб под водой. Объединяя все результаты, получаем ответ.

ОТВЕТ: $$\frac{V_n}{V} = \begin{cases} \frac{H}{a}, & при\ H \le \frac{a}{5} \\ \frac{1}{5}, & при\ \frac{a}{5} < H \le \frac{21a}{5} \\ \frac{4H}{9a} - \frac{5}{3}, & при\ \frac{21a}{5} < H \le 6a \\ 1, & при\ H > 6a \end{cases}.$$

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Использовано условие равновесия сил в случае ненатянутой пружины	**1**	
Использовано условие равновесия сил в случае натянутой пружины	**1**	
Использовано условие равновесия сил в случае подвешивания куба на пружине	**2**	
Получение каждого из ответов	**3**	всего **12**
Нахождение границ применимости каждого из ответов	**1**	всего **4**
МАКСИМАЛЬНЫЙ БАЛЛ	**20**	

Максимальный балл за часть II: 70 баллов.

Максимальный балл за работу отборочного этапа: 100 баллов.